

お茶の水女子大学大学院  
人間文化創成科学研究科

## 2026年度入学試験(8月期)問題

一般選抜・外国人留学生用

一般・基礎教育科目

(数学基礎)

理学専攻

数学コース用

時間 9:30 - 11:30

### 注意事項

試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません

- (1) この冊子は持ち帰ってください。下書き用紙が不足するときや答案用紙を破損したときは手を挙げてください。
- (2) 問題1 から問題2 まですべての問題に対して、それぞれ別の答案用紙に解答してください。答案用紙は裏面を使ってもかまいませんが、そのむねを表面に明記してください。
- (3) 印刷の不明瞭な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出てください。

**問題1**

(1)  $\alpha$  を正の実数とする. 2変数関数

$$f(x, y) = \frac{1}{2}(x - y)^2 + \alpha(1 - \cos x)$$

を考える. このとき, 領域  $\{(x, y) \mid -\pi < x < \pi, -\pi < y < \pi\}$  における極値を求めよ.

(2)  $t, r, a, b$  は実数とし,  $t \geq 0, r \geq 0, a < b$  を満たすとする.

(a) 任意の  $x \in (a, b)$  に対して

$$e^{tx} \leq \frac{x-a}{b-a}e^{tb} + \frac{b-x}{b-a}e^{ta}$$

を示せ.

(b)  $\int_{-\pi}^{\pi} e^{r \cos \theta} d\theta \leq \pi(e^r + e^{-r})$  を示せ.

(c) 領域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$  に対し,

$$\iint_D e^x dx dy \leq 2\pi \left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

を示せ.

問題2

以下の問いに答えよ.

【1】3次元標準内積空間  $\mathbb{R}^3$  の部分空間  $V$  を

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - z = 0 \right\}$$

と定める.  $P: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  を  $V$  への直交射影とする. すなわち  $P$  は, すべての  $V$  の元  $v$  に対して  $Pv = v$ ,  $v$  が  $V$  の直交補空間に属するとき  $Pv = 0$  となる線形変換である.  $\mathbb{R}^3$  の標準基底に関する  $P$  の行列表示を求めよ. また,  $V$  の基底,  $V$  の直交補空間  $V^\perp$  の基底をそれぞれ一組求めよ.

【2】 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  とする. このとき,  $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$  となるような実正則行列  $P$  と実数  $a, b$  を一組求めよ.

【3】次の行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

について, 以下の問いに答えよ.

- (i)  $A$  の固有値, 固有ベクトルを求めよ.
- (ii)  $A$  をユニタリ行列  $P$  によって, 対角化せよ.  $P$  も求めること.
- (iii) 次の行列  $B$  のすべての固有値を  $a, b, c, d$  を用いて表せ.

$$B = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \\ c & d & a & b \\ b & c & d & a \end{pmatrix}$$

2026年度 お茶の水女子大学大学院  
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学 専攻 ・ 物理科学 コース

8 月 入 試 問 題  
基 礎 科 目 試 験

試 験 日 : 2025 年 8 月 20 日 (水)

試 験 時 間 : 9 時 30 分 ~ 12 時 30 分

**【注意事項】**

1. 5問すべて解答すること。(各問100点)
2. 解答は各問あたり1枚の答案用紙に記入すること。(裏面使用可)
3. 答案用紙に問題番号と問題名を記入すること。
4. 監督者が「始め」の合図をするまで、問題冊子を開けないこと。
5. 試験中、用のある場合は挙手をして監督者を呼ぶこと。

## 1 基礎科目 - 力学

ばね定数が  $k$  で自然長が  $l$  のばねの一端に質量  $m$  のおもりを取り付け、もう一端の位置を固定すると、ばねは自然長より少し伸びて下方向にぶら下がった状態になった。このとき、ばねの両端のうち位置を固定した端 (おもりが付いていない方) を上端と呼ぶことにする。重力加速度を  $g$  として以下の問いに答えよ。ただし、ばねの質量は無視してよい。

(1) このときのばねの伸びを求めよ。

$x$  軸を鉛直下向きにとり、ばねの上端が固定されていた位置を  $x = 0$  とする。時刻  $t = 0$  でばね及びおもりは問 (1) の状態で静止している。時刻  $t = 0$  よりばねの上端をその  $x$  方向の位置が  $X(t) = A \sin \omega t$  となるように上下に振動させる (図 1)。時刻  $t$  ( $t > 0$ ) におけるおもりの位置を  $x(t)$  として、以下の問いに答えよ。ただし、空気抵抗は無視してよい。

(2)  $x(t)$  の満たす運動方程式を求めよ。

(3) 問 (2) の運動方程式の解を求めよ。

(4) 角周波数  $\omega$  がある値に近いとき、おもりは激しく振動する。この角周波数を求めよ。

(5) 角周波数  $\omega$  が問 (4) で求めた値に比べて非常に小さいとき、おもりがどのように運動するか説明せよ。

(6) 角周波数  $\omega$  が問 (4) で求めた値に比べて非常に大きいとき、おもりがどのように運動するか説明せよ。

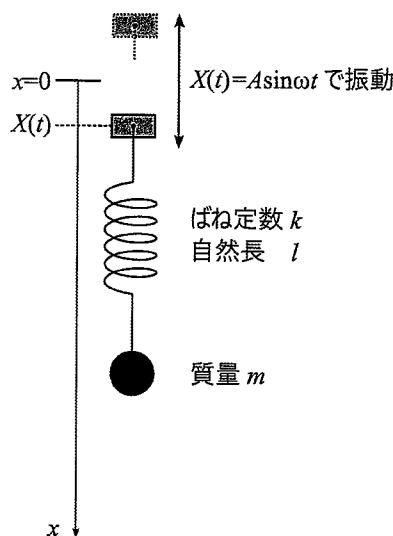


図 1 おもりを吊るしたばねの上端を上下に振動させた様子。

## 2 基礎科目 - 電磁気学

物質中の電磁場の基本法則を以下とする。

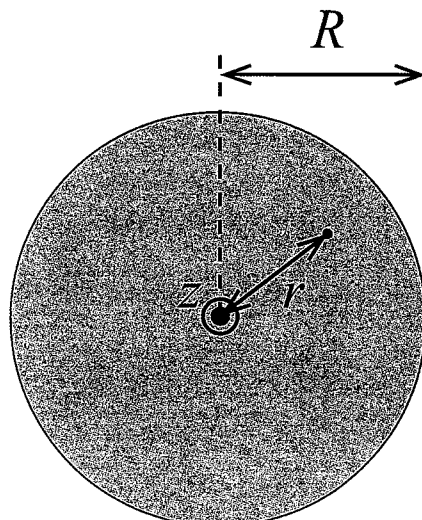
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

$\mathbf{E}$  は電場、 $\mathbf{H}$  は磁場、 $\mathbf{j}$  は電流密度、 $\mu$  は透磁率、 $\varepsilon$  は誘電率、 $\sigma$  は電気伝導率である。

- (1) 時間反転 ( $t \rightarrow -t$ ) に対して、 $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{j} \rightarrow -\mathbf{j}$  のように変換される。  
上記の基本法則は、3つそれぞれ時間反転対称性を破っているか、いないか答えよ。

半径  $R$  の銅の円柱に振動電流 (角振動数  $\omega$ ) を流す。 $\mathbf{j}$  の空間分布は  $z$  軸 (中心軸) からの距離  $r$  にのみ依存し、 $z$  成分のみとする。すなわち振動電流密度は  $j_z(r)e^{i\omega t}$  である。 $z = \text{一定}$  の断面は下図のようになる。

- (2) 振動はメガヘルツ程度であるとする。 $\varepsilon \sim 10^{-11} [\text{Fm}^{-1}]$ 、 $\sigma \sim 10^8 [\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$  の概算値を用い、銅では  $|\mathbf{j}|$  に対し  $|\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}|$  が無視できることを示せ。
- (3) 滑らかなベクトル関数  $\mathbf{a}(\mathbf{x})$  に対し、 $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{a}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - \nabla^2 \mathbf{a}$  および  $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) = 0$  を示せ。
- (4)  $r$  を変数として  $j_z(r)$  が満たす二階線形常微分方程式を導け。ここで、スカラー関数  $b(\mathbf{x})$  が  $r$  にのみ依存する場合、 $\nabla^2 b = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{d}{dr} b)$  である。
- (5)  $r$  が大きいとして  $1/r$  を係数にもつ項を無視すると、問 (4) の解は  $j_z(r) \propto e^{\eta r}$  とおける。 $\eta^2$  を  $\sigma$ 、 $\mu$ 、 $\omega$  を用いて表せ。
- (6)  $\sqrt{i}$  を計算し、(実部)+ $i$ (虚部) の形で表せ。
- (7) 円柱側面から中心軸に向かう距離を  $s (= R - r)$  とする。 $j_z$  の解に中心軸に向かって減衰する関数をとる。 $|j_z(s = \delta)|/|j_z(s = 0)|$  が  $1/e$  となる距離  $\delta$  を、 $\sigma$ 、 $\mu$ 、 $\omega$  を用いて表せ。



### 3 基礎科目 — 物理数学

以下の設問に答えよ。

(1) 平面上での質点の運動を表すために、質点の位置ベクトルを  $\mathbf{r}$  とする。いま、動径方向の単位ベクトルを  $\mathbf{e}_r$ 、回転角度方向の単位ベクトルを  $\mathbf{e}_\phi$  とすると、 $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r$  と表すことができる。

(i) 速度ベクトル  $\mathbf{v}$  を  $r, \phi$  およびこれらの微分と、 $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi$  を用いて表せ。

(ii) 方程式

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = f(r) \mathbf{e}_r$$

をもとに、 $\ell = mr^2 \frac{d\phi}{dt}$  とすると、 $\frac{d}{dt} \ell = 0$  を満たすことを示せ。ここで、 $m$  は実数で、 $f(r)$  は実関数とする。

(2) 次の微分方程式について、

(i)  $L \frac{d^2 I(t)}{dt^2} + R \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} I(t) = 0$  の一般解を場合分けをして求めよ。

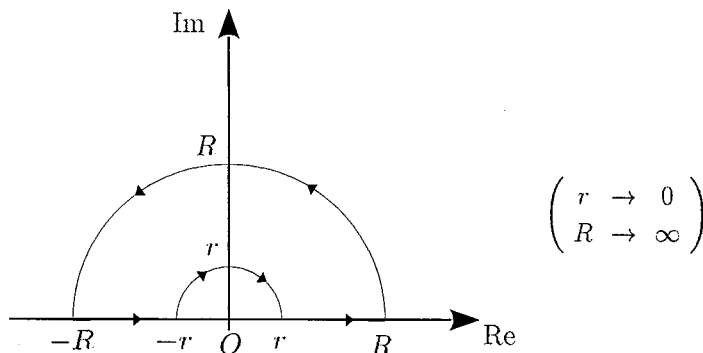
(ii)  $L \frac{d^2 I(t)}{dt^2} + R \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} I(t) = A \cos \omega t$  の特解  $I_p(t)$  を一つ求めて  $I_p(t) = I(\omega) \sin(\omega t - \theta)$  の形にし、 $I(\omega)$ 、 $\tan \theta$  を表せ。

ただし、 $L, R, C, A, \omega, \theta$  は正の実定数とする。

(3) 次の積分を複素積分を利用して求めよ。

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$$

(ここで、複素平面上で図のように積分経路をとるとよい。)



#### 4 基礎科目 - 量子力学

角運動量演算子  $\hat{\mathbf{J}} = (\hat{J}^x, \hat{J}^y, \hat{J}^z)$  は交換関係  $[\hat{J}^x, \hat{J}^y] = i\hat{J}^z$ ,  $[\hat{J}^y, \hat{J}^z] = i\hat{J}^x$ ,  $[\hat{J}^z, \hat{J}^x] = i\hat{J}^y$  を満たす (これらをひとまとめに  $\hat{\mathbf{J}} \times \hat{\mathbf{J}} = i\hat{\mathbf{J}}$  と記載する)。また、 $\hat{J}^\mu$  ( $\mu = x, y, z$ ) は  $(\hat{J}^\mu)^\dagger = \hat{J}^\mu$  を満たすエルミート演算子である。 $\hat{\mathbf{J}}^2$  及び  $\hat{J}^z$  に対する同時固有状態を  $|j, m\rangle$  とし、 $\hat{\mathbf{J}}^2 |j, m\rangle = j(j+1) |j, m\rangle$  かつ  $\hat{J}^z |j, m\rangle = m |j, m\rangle$  を満たすとする。ここで、角運動量の大きさ  $j$  は負ではない整数か半整数の値を取り、 $m$  は  $-j, -j+1, \dots, j$  の  $(2j+1)$  通りの整数か半整数の値を取る。固定された  $j$  に対し、 $\{|j, m\rangle\}$  は  $(2j+1)$  次元の空間における正規直交基底を成す。また、昇降演算子  $\hat{J}^+$ ,  $\hat{J}^-$  はそれぞれ  $\hat{J}^+ = \hat{J}^x + i\hat{J}^y$  と  $\hat{J}^- = \hat{J}^x - i\hat{J}^y$  で定義される。なおこの問題では、 $\hbar = 1$  という自然単位系を採用する。以下の設問に答えよ。

(1)  $[\hat{J}^z, \hat{J}^+] = \hat{J}^+$  を示せ。

(2)  $\hat{J}^z(\hat{J}^+ |j, m\rangle) = (m+1)(\hat{J}^+ |j, m\rangle)$  を示せ。

(3) (2) と同様にして、 $\hat{\mathbf{J}}^2(\hat{J}^+ |j, m\rangle) = j(j+1)(\hat{J}^+ |j, m\rangle)$  となることも分かる。これらから、 $\hat{J}^+ |j, m\rangle$  は  $\hat{\mathbf{J}}^2$  及び  $\hat{J}^z$  に対する同時固有状態であり、それぞれの固有値が  $j(j+1)$  と  $m+1$  であることが分かる。このことから、 $\hat{J}^+ |j, m\rangle = c^+ |j, m+1\rangle$  とおける。このとき、 $|c^+|^2 = (j-m)(j+m+1)$  となることを示せ。なお、 $(\hat{J}^+)^\dagger \hat{J}^+ = \hat{J}^- \hat{J}^+ = \hat{\mathbf{J}}^2 - (\hat{J}^z)^2 - \hat{J}^z$  は用いて良い。

$c^+$  は便宜上正の実数に選ぶ。すると、 $\hat{J}^+ |j, m\rangle = \sqrt{(j-m)(j+m+1)} |j, m+1\rangle$  となる。同様にして、 $\hat{J}^- |j, m\rangle = \sqrt{(j+m)(j-m+1)} |j, m-1\rangle$  となる。

(4) スピン演算子  $\hat{\mathbf{S}} = (\hat{S}^x, \hat{S}^y, \hat{S}^z)$  も角運動量演算子の交換関係  $\hat{\mathbf{S}} \times \hat{\mathbf{S}} = i\hat{\mathbf{S}}$  を満たす。スピンの大きさ  $S$  が  $S=1$  の時、 $\hat{S}^x$  の行列表示 ( $S_{mm'}^x = \langle 1, m | \hat{S}^x | 1, m' \rangle$ ) を具体的に書き下せ。なお  $\hat{S}^\mu$  ( $\mu = x, y, z$ ) は、正規直交基底  $\{|1, 1\rangle, |1, 0\rangle, |1, -1\rangle\}$  によって張られるヒルベルト空間上の線形演算子であるものとする。

(5)  $S=1$  のスピン系のハミルトニアン

$$\hat{H} = A(\hat{S}^x)^2 - B\hat{S}^z$$

を考える。 $A, B$  は実数とする。このハミルトニアンの固有値を全て求めよ。

## 5 基礎科目 一 熱・統計力学

$N$  個の独立な一次元調和振動子が、絶対温度  $T$  の熱浴につかっている場合を考える。調和振動子の固有エネルギーが  $\varepsilon_n = \hbar\omega(n + 1/2)$  ( $n=0,1,2,\dots$ ) と記述されるとして以下の問いに答えよ。

- (1) 分配関数を求めよ。なお、必要に応じて下記の関係式を用いてもよい。

$$\sum_{k=1}^{\infty} ar^{k-1} = \frac{a}{1-r} \quad (-1 < r < 1)$$

- (2) ヘルムホルツの自由エネルギーを求めよ。

- (3) 平均エネルギーを求めよ。

- (4) エントロピーを求めよ。

次に van der Waals の状態方程式  $(P+a/V^2)(V-b)=RT$  に従う気体 1 mol を考える。この気体の定積熱容量  $C_V$  を一定として、以下の問いに答えよ。ただし、 $P$ 、 $V$ 、 $T$  はそれぞれ圧力、体積、絶対温度を示し、 $a$ 、 $b$  は物質による定数、 $R$  は気体定数である。また、下記の問いのパラメーター範囲では相転移は起きないものとする。

- (5) エントロピー  $S$  を求めよ。なお、解答に任意の定数を 1 つ使用してもよい。また、必要に応じて下記の関係式を用いてもよい。

$$dS = \frac{dU + PdV}{T} \quad (U; \text{内部エネルギー})$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT = \{T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P\}dV + C_V dT$$

- (6) 前問の解答を用いて、断熱過程では  $T(V-b)^{R/C_V}$  が一定になることを示せ。

2026年度 お茶の水女子大学大学院  
人間文化創成科学研究科 (博士前期課程)

理学専攻 化学・生物化学 コース

- ・一般入試
- ・学士・修士一貫教育トラック特別選抜

(専 門 科 目)

試 験 日 : 2025年 8月 20日 (水)

試 験 時 間 : 9時 30分 ~ 12時 00分

**【注意事項】**

1. 監督者の「始め」の合図があるまで問題冊子を開かない。
2. 5つの分野の問題のうち、3つを選択し、解答する。(各問100点)
3. 答案用紙の問題番号欄には、問題の分野番号を記入する。
4. 試験中に用のある場合は手をあげて監督者に知らせる。

# 1 物理化学

(1)  $x$  座標上の調和振動子 (質量  $m$ 、力の定数  $k$ ) に対する波動関数は、 $\xi = \left(\frac{mk}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{4}} x$  と置いて  $\psi_v(\xi) = N_v H_v(\xi) e^{-\frac{1}{2}\xi^2}$  と書かれる。

ここで、 $v$  は振動量子数、 $H_v(\xi)$  は Hermite 多項式、 $N_v$  は規格化定数である。

問 1 この調和振動の角振動数は  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  で与えられる。振動量子数  $v$  の取り得る範囲、および対応するエネルギーを  $v$  の関数として答えよ。この系の零点エネルギーはいくらか。

問 2 この系のポテンシャルエネルギーと波動関数の概形をエネルギーが最も低いものから 3 つ示せ。

問 3  $x \rightarrow \pm\infty$  における波動関数の値はいくらか。理由とともに答えよ。

(2)  $xy$  平面内で原点を中心に半径  $\rho$  で自由回転する粒子 (質量  $m$ ) の Hamiltonian は、回転角を  $\phi$  とすると  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$  と書かれ、波動関数は  $N$  を定数として  $\psi(\phi) = N e^{im_l \phi}$  の形に書ける。

問 1  $\psi(\phi)$  が Schrödinger 方程式を満たすことを示し、エネルギーを  $m_l$  の関数として求めよ。

問 2  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  に制限されることを示せ。この系の零点エネルギーはいくらか。

問 3  $N = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$  を示せ。

問 4 角運動量の  $z$  成分 ( $l_z$ ) に対する演算子は  $\hat{l}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}$  である。この系の  $l_z$  が取り得る値を求めよ。

問 5 この自由回転運動がモデルとして用いられる分子の性質を示し、その概要を述べよ。

(3)  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}(\text{s}) + 12\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 12\text{CO}_2(\text{g}) + 11\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  の化学反応を考える。下記の表にはそれぞれの化学種の 298 K における標準生成エンタルピー  $\Delta_f H^\ominus$  と標準モルエントロピー  $S_m^\ominus$  の値を示している。以下の問いに答えよ。

表 298 K における化合物の熱力学的データ

物質	$\Delta_f H^\ominus / \text{kJ mol}^{-1}$	$S_m^\ominus / \text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$
$\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}(\text{s})$	-2222	360
$\text{O}_2(\text{g})$	0	205
$\text{CO}_2(\text{g})$	-394	214
$\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	-286	70

問 1 標準生成エンタルピーと標準反応エンタルピーについて、それぞれ 100 字以内で説明せよ。

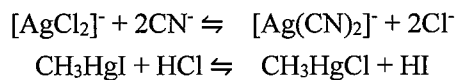
問 2 298 K における標準反応エンタルピー  $\Delta_r H^\ominus$  を計算せよ。

問 3 298 K における標準反応エントロピー  $\Delta_r S^\ominus$  を計算せよ。

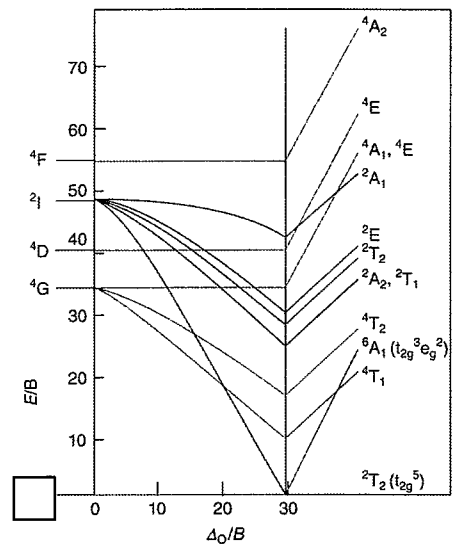
問 4 298 K における標準反応ギブズエネルギー  $\Delta_r G^\ominus$  を計算し、この反応が自発的かどうかを論ぜよ。

## 2 無機化学

- (1) アルカリ土類金属とその化合物の性質について、以下の間に答えよ。
- (i) つぎの原子あるいはイオンをそれぞれ比較し、半径の大きいものを理由とともに記せ。
- (a) Be Be<sup>2+</sup>  
 (b) Mg<sup>2+</sup> Sr<sup>2+</sup>
- (ii) つぎの化合物をそれぞれ比較し、どちらの溶解度が大きいと考えられるか、格子エンタルピーと水和エンタルピーの観点から述べよ。
- (a) MgSO<sub>4</sub> BaSO<sub>4</sub>  
 (b) Mg(OH)<sub>2</sub> Ba(OH)<sub>2</sub>
- (2) HSAB 則に基づき、以下の間に答えよ。
- (i) 硬い酸と軟らかい酸、硬い塩基と軟らかい塩基の違いについて述べよ。
- (ii) 以下に示すイオンまたは化合物を硬い酸と軟らかい酸、硬い塩基と軟らかい塩基に分類せよ。
- H<sub>2</sub>O H<sup>+</sup> Li<sup>+</sup> Ca<sup>2+</sup> Ag<sup>+</sup> I<sup>-</sup> NO<sub>3</sub><sup>-</sup> BF<sub>3</sub>
- (iii) つぎの2つの反応のうち、平衡定数が1より大きいと考えられるものをすべて選び理由とともに答えよ。



- (3) 右図に八面体6配位構造をとる d<sup>5</sup> の電子配置を持つ金属イオンの田辺・菅野ダイアグラムを示す。図左下の□に示されるべき項を記述せよ。また、その項から遷移できる(許容遷移の)項はいくつ存在するか答えよ。
- (4) グラフの真ん中にある線はどのような変化に対応するのか、金属中心の電子配置に着目して答えよ。
- (5) ポーリングの電気陰性度は、同じ族で下の周期に行くほど減少することが多い。この理由を述べよ。また、13族、14族では、この一般則が成り立たない。13族と14族では、以下のリストのように変化する理由について述べよ。



図：田辺・菅野ダイアグラム (d<sup>5</sup> 電子配置)

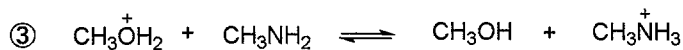
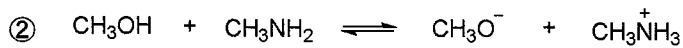
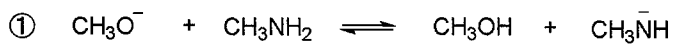
Al: 1.61, Ga: 1.81, In: 1.78, Tl: 2.04  
 Si: 1.90, Ge: 2.01, Sn: 1.96, Pb: 2.33

### 3 有機化学

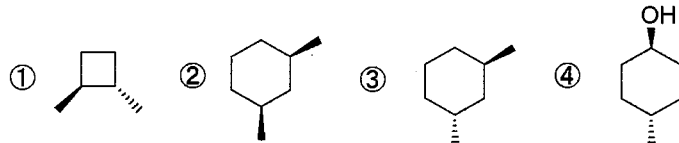
問1 次の問 (i)-(viii) について答えよ。簡潔に理由も述べよ。

(i) ピロール、ピリジン、ピペリジンを塩基性の高いものから順に構造式で並べよ。

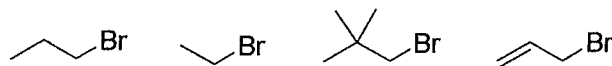
(ii) 次の平衡式①~③のうち、平衡が右に傾くものを答えよ。



(iii) 次の①~④の化合物のうちキラルな化合物をすべて選び、RS表示で絶対配置を示せ。

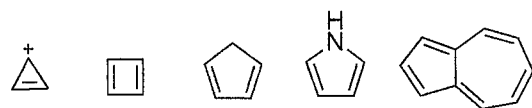


(iv) 次の4つの化合物を  $\text{S}_{\text{N}}2$  反応の反応性の高い順に並べよ

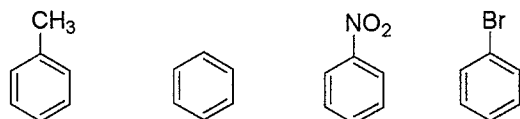


(v) 2-メチルブテンと臭化水素の反応では、過酸化ベンゾイルの有無で生成物が異なる。微量の過酸化ベンゾイルがある場合、ない場合それぞれの生成物を示せ。

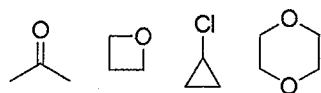
(vi) 次の化合物の中で、芳香族性を示すものを全て選べ。



(vii) 次の化合物をベンゼン環が求電子置換反応しやすい順に並べよ。



(viii) 次の化合物のうち、その  $^1\text{H}$  NMR スペクトルで、シングレットのみ観測されるものをすべて選べ。

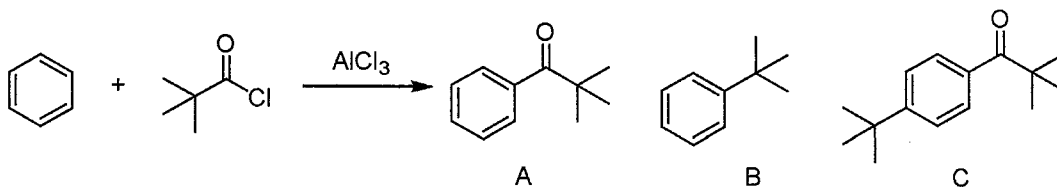


問2 Friedel-Crafts 反応に関して以下の問に答えよ。

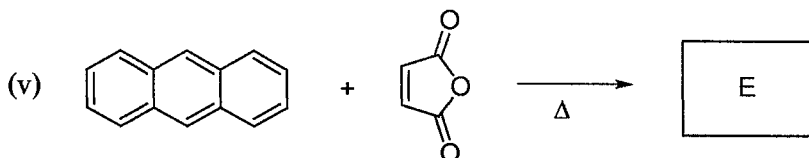
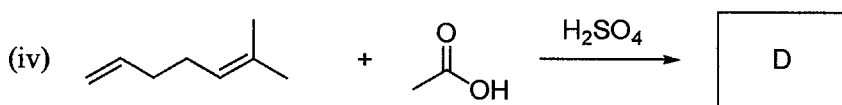
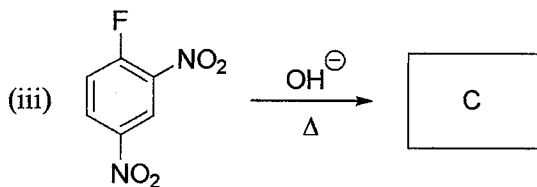
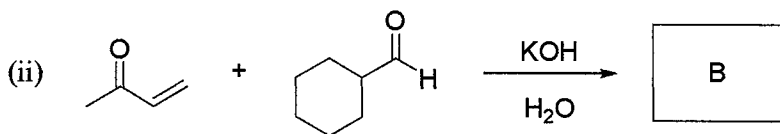
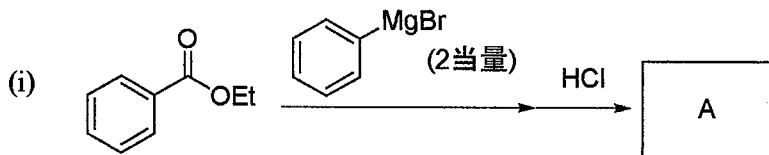
(i)  $\text{AlCl}_3$  触媒存在下、ベンゼンとクロロエタンを 1:1 の比率で反応させたときに生成する可能性の高い化合物を 3 つ答え、それらが生成する理由を答えよ。

(ii)  $\text{AlCl}_3$  触媒存在下、大過剰のベンゼンに対し 1-クロロ-2-メチルプロパンを作用させたときの主生成物を答えよ。

(iii)  $\text{AlCl}_3$  存在下、ベンゼンに塩化ピバロイルを作用させたところ、目的の A はほとんど生成せず、意図せず B と C がそれぞれ副生成物、主生成物として得られた。この結果を説明せよ。



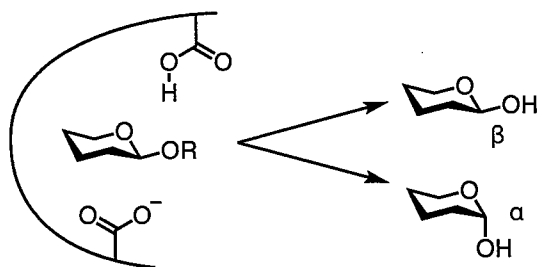
問3 以下の反応 (i) - (v) における A-E にあてはまる化合物を書け。また、(i) については反応機構を書き、作用させる有機マグネシウムの調製法とその注意点も示せ。



## 4 生物化学

### I. 酵素に関連した下記の問に答えよ。

- (1) 生体内では酵素の働きにより、通常の有機化学反応としては  $37^{\circ}\text{C}$  では実質的に進行しない反応が進行する。それを可能とする酵素の特徴・メカニズムを2つ挙げ、それぞれ簡潔に説明せよ。
- (2) 多くの酵素反応は、ミカエリス-メンテン式によく従うことが知られている。
  - (ア) ミカエリス-メンテン式は、反応初速度を基質濃度の関数として表したものである。その式を書け。式中ではパラメーター  $V_{\text{max}}$  と  $K_M$  を用いて良い。
  - (イ) 前問のパラメーターの意味を、グラフの概形図を用いて説明せよ。
  - (ウ) ミカエリス-メンテン式の導出においては、ある仮定が必要である。どのような仮定が必要か説明せよ。
- (3) グリコシダーゼには触媒残基としてアスパラギン酸を二つ持つものが多く存在する。これらの酵素の中には、X 結合を切断した後のアノマー位の水酸基が  $\beta$  配置となる酵素と、 $\alpha$  配置となる酵素が存在する。



- (ア) 空欄 X に当てはまる語句を答えよ。
- (イ)  $\alpha$  配置および  $\beta$  配置となる反応機構をそれぞれ説明せよ。

### II. 生体分子の分析法に関して、下記の問に答えよ。

- (1) SDS-PAGE の正式名称を英語あるいは日本語で答えよ。
- (2) SDS-PAGE とは、何をどのような原理で分離する方法か、検出方法まで含めて説明せよ。
- (3) DNA の配列決定法として、Sanger 法がある。原理を説明せよ。ただし、鍵となる試薬(分子)については構造式を用いて説明すること。

III. 以下の文章を読み、問1)～6)に答えよ。

真核生物の分泌タンパク質の多くは、細胞内で新生される際にアミノ末端領域に(ア)ペプチド部分をもつ。mRNAから(ア)ペプチド部分が翻訳されると、細胞質にある(イ)により認識される。(ウ)、mRNA、新生ポリペプチド鎖の複合体(翻訳中間体)は小胞体膜上の(イ)受容体と結合して小胞体に移行すると翻訳が再開され、伸長したポリペプチド鎖は小胞体膜を通過して内腔へと移行する。

小胞体内腔では分泌タンパク質の多くは糖鎖付加を受ける。最も一般的にみられる糖鎖付加は、ポリペプチド鎖上の(エ)残基に付加されるもので、N-結合型糖鎖と呼ばれる。N-結合型糖鎖は(オ)、(カ)、グルコースからなる14残基のオリゴ糖鎖として、まずは小胞体膜の脂質(キ)に結合した構造で生合成される。その後、ポリペプチド鎖上の(エ)残基に転移される。ポリペプチド鎖が完成し、①立体構造が整うと小胞体から(ク)へ移送される。(ク)でタンパク質はO-結合型糖鎖付加を受ける場合があり、②ポリペプチド鎖上の(ケ)残基あるいは(コ)残基へのオリゴ糖付加や、③(ケ)残基に(サ)、ガラクトース2残基が付加した先に硫酸化多糖の伸長がおこる。

- 1) 文章中の(ア)～(サ)の空欄に入る最も適切な語句を答えよ。ただし、オ、カ、サは糖の名称である。
- 2) D-グルコースをフィッシャー投影式で書け。
- 3)  $\alpha$ -D-グルコピラノシドをハース式で書け。
- 4) 波線①に関わる機構のうち、糖鎖と糖結合タンパク質(レクチン)に関わる機構について100字程度で説明せよ。
- 5) 波線②の修飾を多数受けた糖タンパク質の名称を答えよ。
- 6) 波線③の修飾を受けた糖タンパク質の名称を答えよ。

IV. 以下の問1)～3)に答えよ。

- 1) 細胞内のタンパク質分解機構の1つである「ユビキチン-プロテアソームシステム」について、「ユビキチン化の酵素反応の段取り」、「プロテアソームの構造」についてもふれながら100字程度で説明せよ。
- 2)  $\alpha$ ケラチンなどの $\alpha$ ヘリックスが二本会合したコイルドコイル構造においては特徴的なアミノ酸配列がみられる。この例を7残基のアミノ酸配列で書き、そう考えた理由も簡潔に記述せよ。アミノ酸配列は一文字表記で示せ。
- 3) コラーゲンにおいて、ポリペプチド鎖三本が会合したらせん構造の形成に寄与するアミノ酸の名称を二つあげ、それらの構造を構造式で書け。

## 5 分析化学

- (1) イオン交換樹脂をつめたカラムに、9 M 塩酸を通してから、Fe(III)、Co(II)、Ni(II)混合溶液試料を加え、9 M 塩酸、4 M 塩酸、水の順で通して、3 種の金属イオンを分離した。
- (i) カラムにつめたイオン交換樹脂は、何イオンを交換する樹脂かを答えよ。
  - (ii) このカラムを通すことで、3 種の金属イオンが分離できる原理を説明せよ。
  - (iii) カラムから出てくる金属イオンの順番を述べよ。
  - (iv) 金属イオンがカラムから出てきたことがわかるのはなぜか。
  - (v) カラムクロマトグラフィーにおいて分離能を上げるためには、どのようにすればいいか。カラムの長さや溶出速度の観点から述べよ。

- (2)  $c$  M 弱酸 ( $H_2B$ ) を、 $c_{NaOH}$  M 水酸化ナトリウム水溶液を滴下することで滴定した。
- (i)  $H_2B$ ,  $HB^-$  はいずれも 100% 解離し、水の解離は無視できるほど小さいものとして、問(ア)、(イ)に答えよ。
    - (ア)  $H_2B$  と  $NaOH$  の全反応式を記せ。
    - (イ) 試料溶液と滴下した  $NaOH$  水溶液の容量を、それぞれ  $V$  (mL)、 $V_{NaOH}$  (mL) として、 $c$  を決定する式を記せ。
  - (ii)  $H_2B$ ,  $HB^-$  の酸解離定数をそれぞれ  $K_{a_1}$ ,  $K_{a_2}$  ( $K_{a_1} \gg K_{a_2}$ )、水の解離定数を  $K_w$  として、問(ウ)~(カ)に答えよ。
    - (ウ) 滴定前の pH は、以下の式 (1) を  $[H_3O^+]$  について整理することで求めることができる。 $K_{a_1}$  が大きい時 ( $K_{a_1} = 10^{-1}$ ) と小さい時 ( $K_{a_1} = 10^{-5}$ ) に、式 (1) に施すことのできる近似をそれぞれ説明せよ。

$$K_{a_1} = \frac{[H_3O^+][HB^-]}{[H_2B]} \quad \dots (1)$$

- (エ) 溶液中に存在する化学種の濃度に着目し、第 1 当量点における  $H_2B$  の分析濃度  $c$  を求める式を立てよ。
- (オ) 溶液中に存在する化学種の電荷に着目し、第 1 当量点における電荷均衡を表す式を立てよ。
- (カ) 第 1 当量点における水素イオン濃度は、以下の式 (2) を用いて厳密に求めることができる。第 1 当量点では、滴下した  $Na^+$  の濃度が  $c$  に等しいことに注意して、式 (2) を導出せよ。

$$[H_3O^+] = \sqrt{\frac{K_{a_1}K_w + K_{a_1}K_{a_2}[HB^-]}{K_{a_1} + [HB^-]}} \quad \dots (2)$$

- (3) 以下の記述 1~5 のうち、正しいものをすべて選び、番号を過不足なく答えよ。
1. 試料の吸湿性に由来した秤量結果の誤差は、機器誤差である。
  2. 先端の欠けたピペットを用いて溶液をはかりとった誤差は、機器誤差である。
  3. 不十分な試料の乾燥に由来した、沈殿量の誤差は、操作誤差である。
  4. 滴定の際に用いた指示薬のブランクに由来した誤差は、方法誤差である。
  5. 実験者の練習不足に由来した誤差は、方法誤差である。

2026年度 お茶の水女子大学  
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学専攻・情報科学コース  
一般入試・外国人留学生入試  
基礎科目試験  
（数学基礎・情報基礎）

試験日： 2025年8月20日（水）

試験時間： 9時30分 ～ 12時00分

**【注意事項】**

1. 監督者の「はじめ」の合図があるまで問題冊子を開けないこと。
2. 試験中、用のある場合は手を挙げて監督者を呼ぶこと。
3. 4問すべてに解答し、解答には各問あたり1枚の答案用紙を使用すること。（裏面使用可）

# 数 学 基 礎

## 【 問題 1 】

[1] 関数  $L(x) = \sum_{i=1}^n (xa_i - b_i)^2$  について次の問いに答えよ.

ここで  $n$  は 1 以上の整数,  $a_i, b_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) は定数とする.

- (1) 任意の  $i$  に対し  $a_i \neq 0$  であるとき、 $L(x)$  の極値を与える  $x$  を求めよ.
- (2) (1) で求めた  $x$  が、 $L(x)$  の極小値を与える条件を述べよ.
- (3)  $n = 3$  で  $(a_1, b_1) = (1, 2)$ ,  $(a_2, b_2) = (2, 3)$ ,  $(a_3, b_3) = (3, 5)$  のとき、極値を与える  $x$  の値を求めよ.

[2] 次の問いに答えよ.

- (1)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} t^2 \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$  を求めよ. 必要であれば、次の相補誤差関数  $\operatorname{erfc}(x)$  を用いて良い.

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

- (2) 以下の事実 (i) と (ii) を用いて  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \operatorname{erfc}(x) dx$  を求めよ.

- (i)  $\frac{1}{2\pi} \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \int_{t=-\infty}^{t=+\infty} \exp\left(-\frac{x^2 + t^2}{2}\right) dx dt = 1$

- (ii)  $f(x, t)$  が常に非負であり、左辺右辺のそれぞれが収束する場合

$$\int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \int_{t=-\infty}^{t=x} f(x, t) dx dt = \int_{t=-\infty}^{t=+\infty} \int_{x=t}^{x=+\infty} f(x, t) dx dt$$

【問題2】

[1]  $n$ 行 $n$ 列の行列  $A_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -1 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix}$  について以下の問いに答えよ.

ただし,  $n \geq 1$ とする.

- (1) 行列式  $\det(A_2)$ ,  $\det(A_3)$ ,  $\det(A_4)$  を求めよ.
- (2)  $1 < m \leq n$ とする.  $A_n$  から  $m$ 行目を削除すると, 異なる2つの列が完全に同じ要素を持つことを示せ.
- (3) 行列式  $\det(A_n)$  を求めよ.

[2]  $\mathbb{R}^3$  の部分空間  $W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x - y - z = 0 \right\}$  と  $W$  への正射

影について以下の問いに答えよ.

- (1)  $W$  の基底  $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$  を求めよ.
- (2) 3行2列の行列  $A = (\vec{u}_1, \vec{u}_2)$  について,  $P = A(A^T A)^{-1} A^T$  を求めよ.
- (3)  $P$  は  $\forall \vec{x} \in \mathbb{R}^3$  を  $W$  への正射影に写す行列であること (すなわち  $P^2 = P$  かつ  $\forall \vec{x} \in \mathbb{R}^3, P\vec{x} \in W$ ) を示せ.

# 情報基礎

## 【問題3】

以下の C 言語で書かれた関数 `sort` は, `char` 型の文字の配列 `a` に入っている `n` 個の文字 `a[1]~a[n]` を昇順に整列する C のプログラムである. C の `char` 型の値の間には, アルファベット順にしたがって '`a`' < '`b`' といった大小関係が定義されている. 各行の行頭には行番号を付してある.

```
1 void sort () { /* a[1]~a[n] をソートする. */
2     int i, j;
3     char w;
4
5     for (i = 2; i <= n; i++) {
6         w = a[i];
7         a[0] = w;
8         j = i - 1;
9         while (w < a[j]) {
10            a[j + 1] = a[j];
11            j = j - 1;
12        }
13        a[j + 1] = w;
14    }
15 }
```

このプログラムについて, 以下の (1) ~ (6) に答えよ.

(1) `n` の値が 4 で, 配列 `a` の初期状態が `a[0]` から順に

<code>i:</code>	0	1	2	3	4
<code>a[i]:</code>		p	i	p	e

であったとする. (ここで `a[0]` の値は不定である.) この状態で `sort ();` という呼び出しを行ったとき, 7 行目, 10 行目, 13 行目で配列 `a` に代入が行われるたびに, その代入直後の配列 `a` の内容を順に全て書き下せ.

- (2) 配列 `a` に入っている文字数が `n` だったとき, 配列 `a` への代入の回数の最小値を求めよ. また, その回数を達成するような `n` が 4 の場合の具体例を示せ.
- (3) 配列 `a` に入っている文字数が `n` だったとき, 配列 `a` への代入の回数の最大値を求めよ. また, その回数を達成するような `n` が 4 の場合の具体例を示せ.
- (4) このプログラムの計算量を `n` を使って表せ.
- (5) この関数の停止性を議論せよ.
- (6) このプログラムが正しいこと, つまり, 整列するデータ数が `n` だったとき `sort ();` の実行後は配列 `a[1]~a[n]` が昇順に並んでいることを示せ.

#### 【問題4】

以下の問いに答えよ。ただし数は全て8ビット（1バイト）で表すものとする。また補数表現の定義は以下の通りである。

二進数  $N$  の桁数を  $n$  とすると、 $N$  に対する 1 の補数表現  $N_1$  と 2 の補数表現  $N_2$  はそれぞれ、 $N_1 = 2^n - N - 1$ 、 $N_2 = 2^n - N$  となる。

- (1) 十進数表現で +2 である数を二進数で表せ。
- (2) 十進数表現で -2 である数を、1 の補数表現を使って二進数で表せ。
- (3) 十進数表現で -2 である数を、2 の補数表現を使って二進数で表せ。
- (4) 以下の文中の空欄を埋めよ。

コンピュータ内部では、負の数は 2 の補数表現で表されている。例えば、十進数表現で -3 である数は、コンピュータ内部では  と表される。

また減算は加算と負数表現を用いて表し、桁上がりで最上位から溢れた桁は切り捨てる演算が行われる。例えば、十進数表現で  $4 - 3$  は  $4 + (-3)$  であるため、これは 2 の補数表現を用いると  +  と表され、この 2 進数の加算で最上位から溢れた桁を切り捨てると  となって計算結果が正しい事がわかる。

ただし計算結果自体がコンピュータ内部で表現可能な桁数を超えてしまう  には注意する必要がある。

2026年度 お茶の水女子大学  
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学専攻・情報科学コース

社会人特別入試

基礎科目試験

（数学基礎・情報基礎）

試験日： 2025年8月20日（水）

試験時間： 10時30分 ～ 12時00分

**【注意事項】**

1. 監督者の「はじめ」の合図があるまで問題冊子を開けないこと。
2. 試験中、用のある場合は手を挙げて監督者を呼ぶこと。
3. 数学基礎・情報基礎2科目のうち1科目に解答し、解答には各問あたり1枚の答案用紙を使用すること。（裏面使用可）

# 数 学 基 礎

## 【 問題 1 】

[1] 関数  $L(x) = \sum_{i=1}^n (xa_i - b_i)^2$  について次の問いに答えよ.

ここで  $n$  は 1 以上の整数,  $a_i, b_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) は定数とする.

- (1) 任意の  $i$  に対し  $a_i \neq 0$  であるとき、 $L(x)$  の極値を与える  $x$  を求めよ.
- (2) (1) で求めた  $x$  が、 $L(x)$  の極小値を与える条件を述べよ.
- (3)  $n = 3$  で  $(a_1, b_1) = (1, 2)$ ,  $(a_2, b_2) = (2, 3)$ ,  $(a_3, b_3) = (3, 5)$  のとき、極値を与える  $x$  の値を求めよ.

[2] 次の問いに答えよ.

- (1)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} t^2 \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$  を求めよ. 必要であれば、次の相補誤差関数  $\operatorname{erfc}(x)$  を用いて良い.

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

- (2) 以下の事実 (i) と (ii) を用いて  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \operatorname{erfc}(x) dx$  を求めよ.

(i)  $\frac{1}{2\pi} \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \int_{t=-\infty}^{t=+\infty} \exp\left(-\frac{x^2 + t^2}{2}\right) dx dt = 1$

(ii)  $f(x, t)$  が常に非負であり、左辺右辺のそれぞれが収束する場合

$$\int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \int_{t=-\infty}^{t=x} f(x, t) dx dt = \int_{t=-\infty}^{t=+\infty} \int_{x=t}^{x=+\infty} f(x, t) dx dt$$

【問題2】

[1]  $n$  行  $n$  列の行列  $A_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ -1 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix}$  について以下の問いに答えよ.

ただし,  $n \geq 1$  とする.

- (1) 行列式  $\det(A_2)$ ,  $\det(A_3)$ ,  $\det(A_4)$  を求めよ.
- (2)  $1 < m \leq n$  とする.  $A_n$  から  $m$  行目を削除すると, 異なる 2 つの列が完全に同じ要素を持つことを示せ.
- (3) 行列式  $\det(A_n)$  を求めよ.

[2]  $\mathbb{R}^3$  の部分空間  $W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x - y - z = 0 \right\}$  と  $W$  への正射影

影について以下の問いに答えよ.

- (1)  $W$  の基底  $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$  を求めよ.
- (2) 3 行 2 列の行列  $A = (\vec{u}_1, \vec{u}_2)$  について,  $P = A(A^T A)^{-1} A^T$  を求めよ.
- (3)  $P$  は  $\forall \vec{x} \in \mathbb{R}^3$  を  $W$  への正射影に写す行列であること (すなわち  $P^2 = P$  かつ  $\forall \vec{x} \in \mathbb{R}^3, P\vec{x} \in W$ ) を示せ.

# 情報基礎

## 【問題3】

以下の C 言語で書かれた関数 `sort` は, `char` 型の文字の配列 `a` に入っている `n` 個の文字 `a[1]~a[n]` を昇順に整列する C のプログラムである. C の `char` 型の値の間には, アルファベット順にしたがって '`a`' < '`b`' といった大小関係が定義されている. 各行の行頭には行番号を付してある.

```
1 void sort () { /* a[1]~a[n] をソートする. */
2     int i, j;
3     char w;
4
5     for (i = 2; i <= n; i++) {
6         w = a[i];
7         a[0] = w;
8         j = i - 1;
9         while (w < a[j]) {
10            a[j + 1] = a[j];
11            j = j - 1;
12        }
13        a[j + 1] = w;
14    }
15 }
```

このプログラムについて, 以下の (1) ~ (6) に答えよ.

(1) `n` の値が 4 で, 配列 `a` の初期状態が `a[0]` から順に

<code>i :</code>	0	1	2	3	4
<code>a[i] :</code>		p	i	p	e

であったとする. (ここで `a[0]` の値は不定である.) この状態で `sort ()`; という呼び出しを行ったとき, 7 行目, 10 行目, 13 行目で配列 `a` に代入が行われるたびに, その代入直後の配列 `a` の内容を順に全て書き下せ.

- (2) 配列 `a` に入っている文字数が `n` だったとき, 配列 `a` への代入の回数の最小値を求めよ. また, その回数を達成するような `n` が 4 の場合の具体例を示せ.
- (3) 配列 `a` に入っている文字数が `n` だったとき, 配列 `a` への代入の回数の最大値を求めよ. また, その回数を達成するような `n` が 4 の場合の具体例を示せ.
- (4) このプログラムの計算量を `n` を使って表せ.
- (5) この関数の停止性を議論せよ.
- (6) このプログラムが正しいこと, つまり, 整列するデータ数が `n` だったとき `sort ()`; の実行後は配列 `a[1]~a[n]` が昇順に並んでいることを示せ.

#### 【問題4】

以下の問いに答えよ。ただし数は全て8ビット（1バイト）で表すものとする。また補数表現の定義は以下の通りである。

二進数  $N$  の桁数を  $n$  とすると、 $N$  に対する 1 の補数表現  $N_1$  と 2 の補数表現  $N_2$  はそれぞれ、 $N_1 = 2^n - N - 1$ 、 $N_2 = 2^n - N$  となる。

- (1) 十進数表現で +2 である数を二進数で表せ。
- (2) 十進数表現で -2 である数を、1 の補数表現を使って二進数で表せ。
- (3) 十進数表現で -2 である数を、2 の補数表現を使って二進数で表せ。
- (4) 以下の文中の空欄を埋めよ。

コンピュータ内部では、負の数は 2 の補数表現で表されている。例えば、十進数表現で -3 である数は、コンピュータ内部では  と表される。

また減算は加算と負数表現を用いて表し、桁上がりで最上位から溢れた桁は切り捨てる演算が行われる。例えば、十進数表現で  $4 - 3$  は  $4 + (-3)$  であるため、これは 2 の補数表現を用いると  +  と表され、この 2 進数の加算で最上位から溢れた桁を切り捨てると  となって計算結果が正しい事がわかる。

ただし計算結果自体がコンピュータ内部で表現可能な桁数を超過してしまう  には注意する必要がある。