2025年度　お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学　専攻・　数学　コース

一般入試・社会人特別入試・外国人留学生入試
一般・基礎教育科目試験

試験日：　2024年8月21日(水)
試験時間：　9時30分 ～ 11時30分

【注意事項】

1. 監督者の「始め」の合図があるまで問題冊子を開けないこと.

2. この冊子は持ち帰ること. 下書き用紙が不足するときや答案用紙を破損したときなど, 用のある場合は挙手で監督者を呼ぶこと.

3. 問題1から問題2まですべての問題に対して, それぞれ別の答案用紙に解答すること. 答案用紙は裏面を使ってもかまわないが, そのむねを表面に明記すること.

$\boxed{\text{問題 1}}$ 次の各問に答えよ．

(1) 正の実数 x に対して D_x を

$$D_x = \left\{(s,t) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq s^2 + t^2 \leq (2x)^2,\ s \geq 0,\ t \geq 0\right\}$$

と定め，関数 $F(x)$ を

$$F(x) = \iint_{D_x} \frac{st}{\sqrt{s^2+t^2}} e^{-(s^2+t^2)} ds dt$$

と定める．

(a) $F(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_x^{2x} r^2 e^{-r^2} dr$ が成り立つことを示せ．

(b) $F(x)$ が $x > 0$ の範囲で最大値をとる x の値を求めよ．

(2) $g(t)$ を $t \geq 0$ で定義された C^1 級関数とし，次を満たすとする：

$$\int_0^\infty |g(t)| dt < \infty \qquad \text{かつ} \qquad \int_0^\infty |g'(t)| dt < \infty$$

(a) $\displaystyle\lim_{t\to\infty} g(t) = 0$ であることを示せ．また，g は $t \geq 0$ で有界であることを示せ．

(b) 任意の正の実数 R に対して，$\displaystyle\lim_{N\to\infty} \int_0^R g'(t) \frac{\cos(Nt)}{N}\, dt = 0$ が成り立つことを示せ．

(c) 任意の正の実数 R に対して，$\displaystyle\lim_{N\to\infty} \int_0^R g(t) \sin(Nt)\, dt = 0$ が成り立つことを示せ．

問題2

以下では，行列はすべて複素行列，I_r は r 次単位行列を表すものとする．

【1】A を2次正方行列，n を自然数とする．

(1) A が相異なる固有値 α, β を持つとき，

$$A^n = \frac{1}{\alpha - \beta}\left(\alpha^n(A - \beta I_2) - \beta^n(A - \alpha I_2)\right)$$

となることを示せ．

(2) A がただ1つの固有値 α を持つとき，

$$A^n = n\alpha^{n-1}A - (n-1)\alpha^n I_2$$

となることを示せ．

【2】

(1) 次の行列 A の階数 r を求め，$PAQ = \begin{pmatrix} I_r & O_1 \\ O_2 & O_3 \end{pmatrix}$ となる3次正則行列 P, Q を1組求めよ．ただし，I_r は r 次単位行列，O_1 は $r \times (3-r)$ 零行列，O_2 は $(3-r) \times r$ 零行列，O_3 は $(3-r) \times (3-r)$ 零行列である．

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

(2) A を n 次正方行列とする．$ABA = A$ となる n 次正則行列 B が存在することを示せ．また，そのような n 次正則行列 B がただ1つのとき，A は正則行列となることを示せ．

【3】n 次正方行列 A について，A^n の階数と A^{n+1} の階数は等しいことを示せ．

2025年度　お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学　専攻・　物理科学　コース

8 月 入 試 問 題
基 礎 科 目 試 験

試　験　日　:　2024年8月21日(水)

試験時間　:　9時 30分 ～ 12時 30分

【注意事項】

1. 5問すべて解答すること。(各問100点)

2. 解答は各問あたり1枚の答案用紙に記入すること。(裏面使用可)

3. 答案用紙に問題番号と問題名を記入すること。

4. 監督者が「始め」の合図をするまで、問題冊子を開けないこと。

5. 試験中、用のある場合は挙手をして監督者を呼ぶこと。

1　基礎科目 ー 力学

動かない壁に長さ L、質量 m の棒を水平面から 45° の角度で立てかけたところ静止した （左上図参照)。ここで、棒と床との間には摩擦が働き、棒と壁の間には摩擦はないものとする。

（1）この時、棒が壁から受ける力の方向とその大きさを答えなさい。

（2）また、棒が床から受ける力の方向とその大きさを答えなさい。

次に、この棒をゆっくりと水平方向に傾けていったところ、棒の水平面からの角度が 30° になったところで、棒が壁にもたれ掛かる状態を保持できず倒れるようになった（右上図参照)。

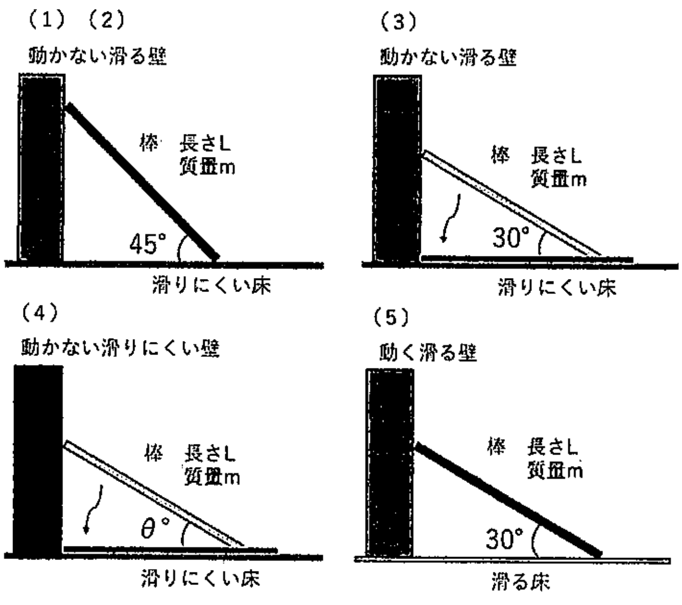
（3）床の静止摩擦係数を求めなさい。

次に、壁を摩擦のある材質のものに変えて同様の実験をしたところ棒が壁にもたれ掛かる状態を保持できず倒れる角度が θ になった （左下図参照)。

（4）この時 θ は 30° からどう変化しますか？なぜそうなるかできるだけ詳細な考察を添えて議論しなさい。

最後に、摩擦のない壁と棒を摩擦のない床に移動させ、棒を水平面からの角度が 30° でもたれかけたところで手を離した （右下図参照)。ただし、壁は倒れないが、床に対して滑るものとする。

（5）壁と棒の運動について、できるだけ詳細に 記述しなさい。



図

2　基礎科目 — 電磁気学

真空中を伝搬する電磁波を考える。真空中の Maxwell 方程式

$$\nabla \times \boldsymbol{E}(t, \boldsymbol{x}) + \frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}(t, \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}, \tag{1}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B}(t, \boldsymbol{x}) - \mu_0\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}(t, \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}, \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E}(t, \boldsymbol{x}) = \nabla \cdot \boldsymbol{B}(t, \boldsymbol{x}) = 0\,, \tag{3}$$

を用いて以下の設問に答えよ。ここで $\boldsymbol{E}$ は電場、$\boldsymbol{B}$ は磁場を表し、μ_0 と ϵ_0 はそれぞれ真空中の透磁率と誘電率である。

(1) 電場 $\boldsymbol{E}(t, \boldsymbol{x})$ の満たす波動方程式（2 階の微分方程式）を導け。一般のベクトル場 $\boldsymbol{V}(t, \boldsymbol{x})$ に対して成り立つ式、$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{V} = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{V}) - \nabla^2\boldsymbol{V}$、を用いてよい。

(2) 電場は x 成分だけしかない、すなわち $\boldsymbol{E}(t, \boldsymbol{x}) = E_x(t, \boldsymbol{x})\boldsymbol{e}_x$ とする。z 方向に進行する波数 k の電場の波を $E_x(t, \boldsymbol{x}) = C_1 e^{-i(\omega t - kz)}$ と表したとき、波動方程式から角振動数 ω を求めよ。ただし、C_1, ω, k は定数である。

(3) 引き続き z 方向に進行する波数 k の電場の波を考える。$t = 0, \boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ において $E_x = A_0$，$\partial E_x/\partial t = 0$ だとする。$E_x(t, \boldsymbol{x})$ を求め三角関数で表せ。オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ を用いてよい。[ヒント：(2) で見た $e^{-i(\omega t - kz)}$ だけでなくその複素共役も波動方程式を満たし一般解の要素となる]

(4) Maxwell 方程式 (1) を用いて前問 (3) の電場に対応する磁場の波 $\boldsymbol{B}(t, \boldsymbol{x})$ を求めよ。ただし、今は電磁波にだけ興味があるので定数の寄与は無視してよい。

(5) この電磁波が進行方向に垂直な吸収壁に与える圧力はポインティングベクトル $\boldsymbol{S} = \mu_0^{-1}\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ を用いて $\boldsymbol{P} = \sqrt{\mu_0\epsilon_0}\boldsymbol{S}$ である。圧力の大きさと方向を求めよ。

(6) 宇宙空間に静止している質量 m の物体を時間 T の間に距離 d だけ動かしたい。ここまで求めた電磁波を物体の面積 σ に照射し続けたとき、目的を達成するのに必要な電磁波の振幅 A_0 を求めよ。ただし、物体はゆっくりと動き、照射時間は十分長いとして三角関数は振動平均 $(\langle\cos^2(\Omega t)\rangle = \langle\sin^2(\Omega t)\rangle = 1/2)$ をとってよい。

3　基礎科目 — 物理数学

以下の設問に答えよ。

（１） 関数 $v(t)$ に対する次の微分方程式を考える。ここで、α と g は正の定数とする。

$$\frac{dv}{dt} + \alpha v = -g$$

(a) 時間 t が十分に経過すると、$v(t)$ は次第に一定値に近づく。その値を求めよ。

(b) $g = 0$ の場合の解を、$v(t) = C\exp(\lambda t)$ と仮定して求めよ。 ただし C は定数とする。

(c) $g \neq 0$ の場合の解を求めよ。ここで、$v(t) = C(t)\exp(\lambda t)$ と仮定して関数 $C(t)$ を求める、という定数変化法などを用いても良い。

（２） 以下の行列の固有値を求め、各固有値に対する固有ベクトルを求めよ。

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

（３）

(a) 次の定積分を計算せよ。ただし、a は正の実数とする。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2 + x^2} dx$$

(b) ガウス積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

を既知として、次式を計算せよ。ただし A は正の実数とする。

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-Ax^2} dx$$

さらに、次式を計算せよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-Ax^2} dx$$

4　基礎科目 ー 量子力学

図 1 のように、1 次元の矩形型ポテンシャル障壁 $V_0(> E)$ に、質量 m、エネルギー $E = \hbar^2 k^2/2m$（$k > 0$）の粒子が、左端から x 軸の正方向に向かって入射されることを考える。このとき波動関数を $e^{-i\frac{E}{\hbar}t}\varphi(x)$ とおく。0 あるいは一定であるポテンシャルの下で、F、G、K をある複素定数として

$$\varphi(x) = Fe^{Kx} + Ge^{-Kx}$$

とかくこととしよう。設問では $\varphi(x)$ のみを考えていけばよい。

(1) $x < 0$ で $\varphi(x) = Fe^{ikx} + Ge^{-ikx}$ となることを示せ。

(2) $0 < x < d$ での $K(> 0)$ を求めよ。

以下では、ある位置 x_0 において $\varphi(x_0) = Fe^{ikx_0} + Ge^{-ikx_0}$ とかけるとき、Fe^{ikx_0} をまとめて進行波成分、Ge^{-ikx_0} をまとめて後退波成分とよぶ。

(3) 障壁の直前（$x = 0$）において進行波（後退波）成分を A（B）、直後（$x = d$）において C（D）とおく。$x = 0$ および $x = d$ における境界条件をすべて書き下せ。ただし、$0 < x < d$ における波動関数は自ら定義せよ。

この境界条件をまとめると、r^2 を反射率、θ を障壁通過による位相変化として、

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-r^2}} \begin{pmatrix} e^{i\theta} & -ir \\ ir & e^{-i\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

という線形変換となる。

続いて、図 2 の二重ポテンシャル障壁に対して、同じように粒子を入射する。障壁 1 つずつに対しその直前・直後の成分間には、前述の線形変換が成立する。ただし、以下では A〜D を $x = 0$ の直前、$x = 2d + L$ の直後での進行波・後退波成分と定義しなおす。よって線形変換の A〜D は、適切な成分への読み替えを要する点に注意する。

また、次の関係も既知としてよい。障壁に挟まれた領域（$d < x < d + L$）において、$x = d$ での進行波（後退波）成分を H_0（I_0）および $x = d + L$ で H_1（I_1）とおくと、

$$\begin{pmatrix} H_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ikL} & 0 \\ 0 & e^{-ikL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_0 \\ I_0 \end{pmatrix}$$

(4) この二重障壁では、$V_0 > E$ にも関わらず透過率 $|C|^2$ が 100% となる条件が存在する。上記 2 つの線形変換を組み合わせ、(A, B) と (C, D) の間の関係式を構成し $|C|^2$ を導くことで、その条件が $kL + \theta = (2n+1)\pi/2$（$n$ は整数）であること示せ。導出過程で $A = 1$、$D = 0$ とおいてよい。

(5) この現象は共鳴トンネル効果と呼ばれる。k が問 (4) の条件の一つ k_n に近いとき、透過率の k 依存性がピークを持つことを示し、その半値幅を求めよ。導出過程で $\sin x \simeq x$ の近似を用いてよい。

(6) 透過率が 100% となる条件は、エネルギーの観点でどのように理解できるか。物理的解釈を述べよ。ここで、θ は $V_0/E \gg 1$ で $-\pi/2$ に漸近することを参考にしても良い。

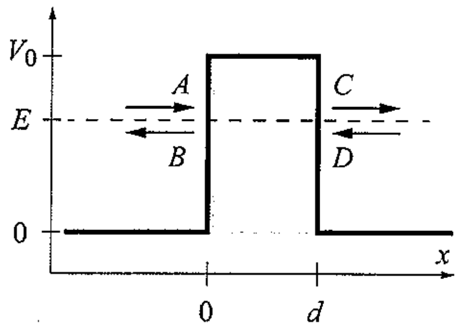


図 1　灰色部がポテンシャル障壁.

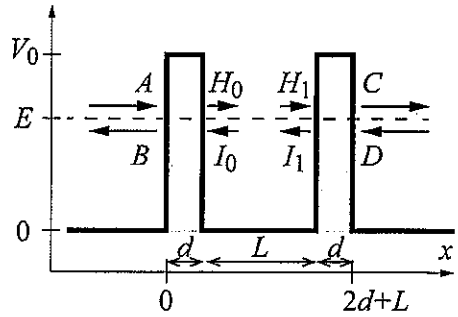


図 2　灰色部が二重ポテンシャル障壁.

5　基礎科目 ― 熱・統計力学

熱平衡状態にある体積 V の3次元理想フェルミ気体の大分配関数 Ξ、エネルギー E、粒子数 N はそれぞれ次の式で表すことができる。

$$\Xi = \exp\left(\int_0^\infty \rho(\epsilon)\ln[1+e^{-(\epsilon-\mu)/kT}]d\epsilon\right)$$

$$E = \int_0^\infty \epsilon f(\epsilon)\rho(\epsilon)d\epsilon \qquad N = \int_0^\infty f(\epsilon)\rho(\epsilon)d\epsilon$$

ここで、k はボルツマン定数を表し、T と μ は理想フェルミ気体の絶対温度と化学ポテンシャルである。また、フェルミ分布関数 $f(\epsilon)$ と状態密度 $\rho(\epsilon)$ は次の式で与えられる。

$$f(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/kT}+1} \qquad \rho(\epsilon) = AV\epsilon^{1/2}$$

ただし、A は正の定数である。このとき、以下の各問に答えよ。

(1) 理想フェルミ気体の圧力 P が $P = \dfrac{2E}{3V}$ で与えられることを示せ。ただし、関係式 $PV = kT\ln\Xi$ が成り立つことを用いてよい。

(2) 理想フェルミ気体のフェルミエネルギー ϵ_F を A、V、N を用いて表せ。

(3) 絶対ゼロ度における理想フェルミ気体のエネルギー E が $E = \dfrac{3}{5}N\epsilon_F$ で与えられることを示せ。

(4) フェルミ分布関数に対して近似式 $f(\epsilon) \approx e^{-(\epsilon-\mu)/kT}$ が成り立つとき、エネルギー等分配則が成り立つことを示せ。

(5) 問(4)の近似式が成り立つとき、理想気体の状態方程式 $PV = NkT$ が成り立つこと示せ。

2025年度　お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学専攻　化学・生物化学 コース

・一般入試
・学士・修士一貫教育トラック特別選抜

（専 門 科 目）

試　験　日　：　2024年 8月 21日（水）
試験時間　：　9時 30分 ～ 12時 00分

【注意事項】

1. 監督者の「始め」の合図があるまで問題冊子を開かない。
2. 5つの分野の問題のうち、3つを選択し、解答する。(各問100点)
3. 答案用紙の問題番号欄には、問題の分野番号を記入する。
4. 試験中に用のある場合は手をあげて監督者に知らせる。

1　物理化学

（1）分子軌道に関する以下の問い（問 1～問 4）に答えよ。解答に至る過程も示すこと。

問 1　水素分子（H_2）について、結合性軌道は $1\sigma_g$、反結合性軌道は $1\sigma_u$ と表記される。
これらの表記で用いられる g と u の意味を記述せよ。また、$1\sigma_g$、$1\sigma_u$ の概形をそれぞれ描け。

問 2　水素分子（H_2）のエネルギー準位図と電子配置を描け。
なお、結合性軌道を $1\sigma_g$、反結合性軌道を $1\sigma_u$ として表記すること。

問 3　水素化リチウム分子（LiH）のエネルギー準位図と電子配置を描け。
なお、結合性軌道を 2σ、反結合性軌道を 3σ として表記すること。

問 4　水素化リチウム分子（LiH）とフッ化水素分子（HF）において、それぞれの分子内の水素の性質の違いを、LiH と HF の電子配置に基づいて答えよ。

（2）平衡定数に関する次の文章を読み、以下の問い（問 1～問 6）に答えよ。

化学反応式は一般に (1)式の形に書かれる：

$$\sum_i \nu_i \mathrm{X}_i = 0 \qquad (1)$$

ここで、X_i は化学種 i、ν_i は X_i の化学量数である。反応進行度 ξ を導入すれば、この反応が微小回数 $\mathrm{d}\xi$ だけ生じたときの化学種の物質量 n_i の微小変化量は、(2)式で表される：

$$\mathrm{d}n_i = \nu_i\,\mathrm{d}\xi \qquad (2)$$

一方、熱力学の基本式から Helmholtz エネルギー A の変化に対する次の (3)式の関係がある：

$$\mathrm{d}A \le -p\,\mathrm{d}V - S\,\mathrm{d}T + \sum_i \mu_i\,\mathrm{d}n_i \qquad (3)$$

ここで p は圧力、S はエントロピー、T は温度を表す。よって、定容・定温条件では (3)式は (4)式になる：

$$\mathrm{d}A_{V,T} \le \boxed{\mathrm{A}} \qquad (4)$$

これに (2)式を代入すると、A の ξ に対する傾きとして、次の (5)式が得られる：

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \xi}\right)_{V,T} \le \boxed{\mathrm{B}} \qquad (5)$$

ここで、化学ポテンシャル μ_i は、活量 a_i、気体定数 R を用いて一般に次の(6)式で表される：

$$\mu_i = \mu_i^{\ominus} + RT\ln a_i \qquad (6)$$

定容・定圧条件の化学平衡（$\xi = \xi_{\mathrm{eq}}$）では、A の ξ に対する傾きが 0 になる。これより、(6)式を (5)式に代入すると、定容・定温条件の平衡定数 $K_{V,T}$ に対し、次の関係が得られる：

$$\Delta_{\mathrm{r}}A^{\ominus} = -RT\ln K_{V,T} \qquad (7)$$

問 1　空欄 $\boxed{\mathrm{A}}$、$\boxed{\mathrm{B}}$ を適切な式で埋めよ。

問 2　水素分子と窒素分子から 1 mol のアンモニア分子が生成する反応を (1)式の形式で表せ。

問 3　(7)式を導き、$K_{V,T}$、$\Delta_{\mathrm{r}}A^{\ominus}$ を式で示せ。

問 4　完全気体については、$a_i = p_i/p^{\ominus}$ で表される。(1)式の反応について、$K_{V,T}$ を n_i を用いて表せ。

問 5　定容・定温条件における完全気体の反応：A → B について、各気体の初期物質量を n_{A}、n_{B} としたとき、平衡時の各気体の物質量を求めよ。ただし、平衡定数を K とする。

問 6　代表的な分子間相互作用ポテンシャルである Lennard-Jones ポテンシャル（V_{LJ}）は、分子間距離 r の関数として、$V_{\mathrm{LJ}}(r) = 4\varepsilon\left[(\sigma/r)^{12} - (\sigma/r)^{6}\right]$ で表される。$V_{\mathrm{LJ}}(r)$ の概形を描け。また、各項が表す物理的意味を説明せよ。

2　無機化学

(1)　原子の半径について、つぎの問に答えよ。

(i)　第2周期元素の原子半径を比較すると、周期表の左から右へどのように変化していくか。理由とともに説明せよ。

(ii)　周期表の同じ族で原子半径を比較すると、第5周期元素の金属結合半径は第4周期元素のものよりも大きい傾向があるが、第6周期元素では第5周期元素のものとほぼ同じである。この理由を説明せよ。

(2)　六フッ化物 XF_6 について、つぎの問に答えよ。

(i)　六フッ化硫黄の分子の構造を立体的特徴が分かるように図示せよ。言葉で注釈説明を付けても良い。

(ii)　六フッ化酸素が存在しない理由を、六フッ化硫黄の混成軌道や幾何的特徴との比較によって説明せよ。

(3)　水中で形成される金属イオンのアクア錯体について、その酸解離反応を考える。

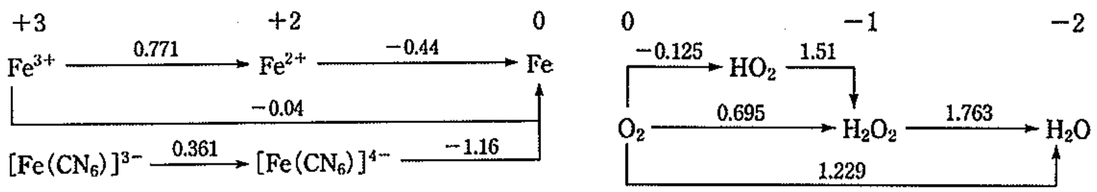
$$[M(OH_2)_6]^{n+} + H_2O \rightleftarrows [M(OH)(OH_2)_5]^{(n-1)+} + H_3O^+$$

(i)　この反応における塩基および共役塩基を挙げよ。

(ii)　つぎのアクア錯体をブレンステッド酸としての酸性度が高い順に並べよ。

$[Zn(OH_2)_6]^{2+}$　　$[Ca(OH_2)_6]^{2+}$　　$[Sc(OH_2)_6]^{3+}$

(4)　Fe^{3+} は H_2O_2 の酸化還元反応を触媒することが熱力学的に可能か。下にあるラチマー図を参考に答えよ。



(5)　trans-$[Pt(NH_3)_2(PEt_3)_2]^{2+}$ を合成したい場合、$[Pt(PEt_3)_4]^{2+}$ から合成するべきか、$[Pt(NH_3)_4]^{2+}$ から合成すべきか、理由とともに答えよ。なお、P（リン）原子は配位結合をした際、N（窒素）原子に比べ、高い σ 供与性を持つことに留意すること。

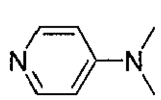
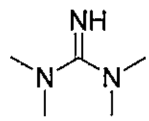
(6)　Ni(II)イオンは、環状の4座配位子（4箇所の配位部位を持つ環状分子）と錯体を形成する場合、カウンターアニオンによって構造が異なる。配位能の弱い ClO_4^- の場合、上下にゆるく結合した6配位構造をとる。一方で、配位能の強い SCN^- の場合は、上下に強く配位した6配位構造をとる。前者は、赤色の反磁性低スピンの d^8 錯体であるが、後者は、紫色の不対電子を持つ高スピン d^8 錯体になる。このような電子配置の違いが生じる理由を、配位構造の違いに基づいて説明せよ。

3　有機化学

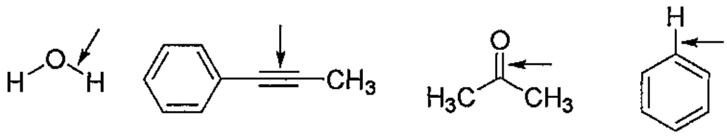
問１　次の(i)から(iv)に答えよ。

(i) ペンタン、*n*-ブタノール、ジエチルエーテルを沸点の低いものから順に並べ、その理由を簡潔に述べよ。

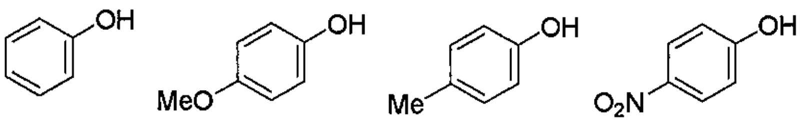
(ii) 次の化合物を塩基性の低いものから順に並べ、その理由を簡潔に述べよ。

トリエチルアミン，　*N,N*-ジメチルアニリン，，

(iii) 次の化合物の矢印で示した結合の赤外伸縮振動の波数が高いものから順に並べよ。



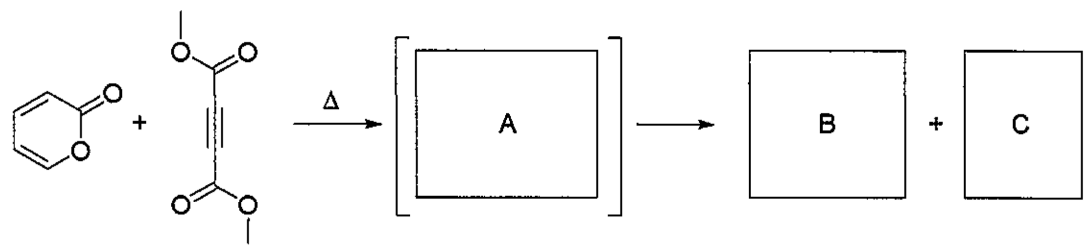
(iv) 次の化合物を p*K*a が小さいものから順に並べよ。

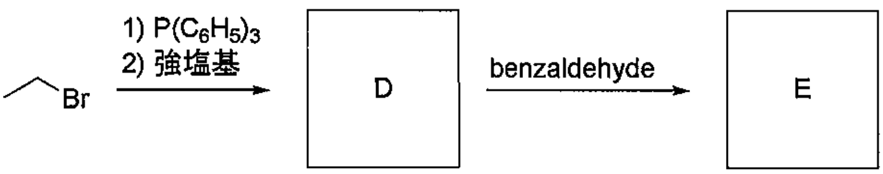


問２　1-メチル-1-シクロヘキセンと次の a から e の試薬との反応で得られる生成物をそれぞれ書け。立体異性体が得られる場合には、立体配置も分かるように書け。ただし、光学異性体は考えなくてよい。また、e との反応では反応機構を曲がった矢印を使って示せ。

a. HBr　b. O_3, −78°C then $(CH_3)_2S$　c. H_2, Pd/C　d. H_2SO_4, H_2O　e. Br_2, CH_3OH

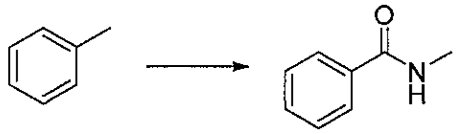
問３　以下の反応(i), (ii)における A–E にあてはまる化合物を書け。

(i) 

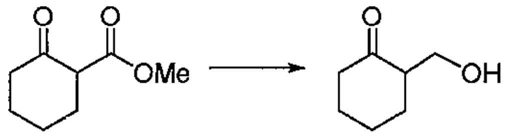
(ii) 

問４　以下の(i), (ii)について、左の化合物から右の化合物を得るための合成ルートを提案せよ。用いる試薬は矢印の上に書き、当量等注意すべき点があればそれについても示せ。

(i)

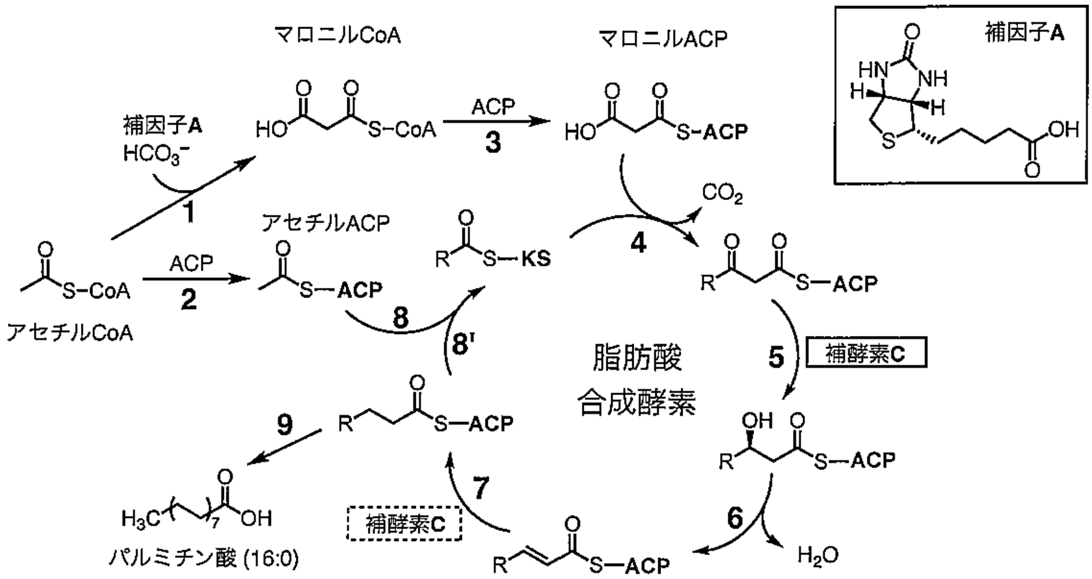


(ii)



4 生物化学

（1）以下の図は脂肪酸の生合成反応を簡略化して示したものである。なお、ACP は脂肪酸生合成酵素の acyl carrier protein ドメイン、KS は同酵素の ketoacyl synthase ドメインを表しており、図中 R は生合成サイクルの進行に伴い長さが変化するアルキル基を表すものとする。また、反応 8 は 1 サイクル目のみであり、2 サイクル目以降は反応 8'が起こる。A)〜G) の問に答えよ。



A) 反応 1 には補因子 A が必要である。その名称を答えよ。

B) 反応 1 は ATP を必要とする。その理由を構造・反応機構を踏まえて説明せよ。

C) 反応 5 および 7 にはある補酵素が共通して必要である。その補酵素名(略称)を答えよ。

D) C の設問の補酵素について、反応に関与する部位の構造式を描き、反応 5 の反応機構を説明せよ。

E) パルミチン酸が 1 分子合成されるのに必要なアセチル CoA および ATP の数を答えよ。

F) 合成された脂肪酸は、どのような化合物に変換されて細胞内に蓄えられるか、答えよ。

G) F の設問の化合物において、脂肪酸の不飽和度と融点にはどのような関係性があるか、理由とともに答えよ。

（次ページに続く）

（2）タンパク質の分離と検出にはSDS-ポリアクリルアミドゲル電気泳動が汎用される。ゲルの作製やタンパク質試料の調製にはア）〜カ）の試薬が使われる。名称をフルネームで書き、その試薬を使用する目的を20字程度で記述せよ。

ア）$CH_2CHCONH_2$

イ）$(CH_2CHCONH)_2CH_2$

ウ）$(NH_4)_2S_2O_8$

エ）$(CH_3)_2NCH_2CH_2N(CH_3)_2$

オ）$CH_3(CH_2)_{11}OSO_3Na$

カ）$HSCH_2CH_2OH$

（3）真核細胞の転写に関する以下の文章中の (a) 〜 (p) に当てはまる適切な用語を[　]から選び、答えよ。

細胞の（a）内で転写によってつくられたばかりの産物（RNA前駆体）は、（a）外に移行するまでに様々なプロセシングを受ける。3種類の前駆体RNAのうち、（b）RNA前駆体と（c）RNA前駆体では、RNA鎖の切り取りや付加が行われるとともにヌクレオチドの（d）や（e）部分にメチル化や異性化などがおこる。異性化により生じる構造の例として（f）があげられる。（g）RNA前駆体のプロセシングでは、まず（h）と（i）修飾が起こる。（h）構造の末端には（j）結合で（k）が付加している。また、（i）修飾では（l）末端に（m）が多数付加する。その後、（g）RNA前駆体は（n）と呼ばれるプロセシングを受ける。この過程でタンパク質非コード領域である（o）がタンパク質コード領域である（p）から切り取られる。

[スプライシング、メッセンジャー、リーダー配列、センス鎖、アンチセンス鎖、イントロン、エキソン、細胞質、核、リボソーム、小胞体、転移、塩基、リン酸、リボース、デオキシリボース、5'キャップ、チミンダイマー、7-メチルグアニル酸、シュードウリジン、ポリA尾部、5'-5'三リン酸、3'、5'、アデニン、アデニル酸]

（次ページに続く）

（4）タンパク質分解に関する以下の文章中の①～⑩に当てはまる適切な用語を答えよ。ただし、②-1～②-4、④、⑦、⑧ではアミノ酸の名称を答え、側鎖の構造を示性式で書け。

生体内には様々なタンパク質分解がある。食物由来のタンパク質は（①）臓から分泌されるキモトリプシンなどの消化酵素によって限定分解を受けることで腸管から体内への吸収が促進される。キモトリプシンは4種類（②-1）（②-2）（②-3）（②-4）のアミノ酸残基の（③）末端側を加水分解する。キモトリプシンの活性中心はセリン残基で、近傍の（④）残基を介したプロトン授受が触媒活性に重要である。また、細胞内では（⑤）-プロテアソーム系がタンパク質の主要な分解機構の一つである。この系では（⑤）という小さなタンパク質の（⑥）末端がE1酵素の（⑦）残基とチオエステル結合することで活性化され、E2酵素に受け渡される。E2酵素はE3酵素と会合してはたらき、基質タンパク質（分解されるタンパク質）の（⑧）残基の側鎖のアミノ基に（⑤）を結合させる。続いて、結合した（⑤）内部の（⑧）残基が同様の反応を経て結合する。これを繰り返すことにより（⑨）が形成され、これがプロテアソームによる分解の目印となる。細胞周期の進行は（⑩）がこの系によって分解されることで調節されている。

5　分析化学

（1）次のフェノールの定量法に関する文を読み，以下の問に答えよ。なお，各元素の原子量を，H: 1.008，C: 12.01，O: 16.00，Na: 22.99，S: 32.07，K: 39.10，Br: 79.90，I: 126.9 とする。

フェノールを 0.1453 g 秤量瓶ではかりとり，水で 500 mL メスフラスコに洗い移し水を標線まで加えて調製したフェノール溶液 50.00 mL を塩酸酸性にし，臭化カリウム過剰量を含む 1/30 mol/L の臭素酸カリウム標準液 50.00 mL を加える。遊離した臭素とフェノールを反応させ，反応終了後に 5%ヨウ化カリウム溶液を加えて，過剰の臭素をヨウ素として遊離させ，これを 0.1000 mol/L のチオ硫酸ナトリウム溶液で滴定する。

(i) この定量法を何滴定というか。

(ii) この滴定における次の未完成の式１～式４の反応式を完成させよ。なお，フェノールは Phe と略す。

式１　$KBrO_3 + KBr + HCl \rightarrow Br_2 + 3\,H_2O$

式２　$Phe + Br_2 \rightarrow PheBr_3$

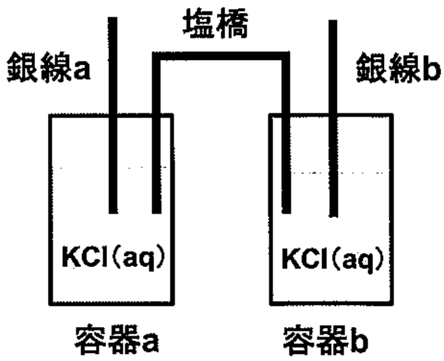
式３　$Br_2 + I^- \rightarrow 2\,Br^- + I$

式４　$I_2 + S_2O_3^{2-} \rightarrow I^-$

(iii) この滴定の際に指示薬として用いることができる試薬を１つあげよ。

(iv) 上記の滴定で，滴定量は 11.34 mL であった。用いたフェノールの純度を有効数字３桁で求めよ。計算過程も記せ。

（2）右図のような装置を温度 25℃において構成した。以下の(i)と(ii)に答えよ。



(i) 容器 b の KCl 濃度は一定として，容器 a の KCl 濃度を変化させるとき，銀線 b に対する銀線 a の電位と容器 a の KCl 濃度との関係を，導出過程も含めて，式として示せ。

(ii) 容器 a の KCl 濃度を 0.1 mol/L と一定とし，容器 b の KCl 濃度を 0.1 mol/L，0.01 mol/L，0.001 mol/L と変化させたとき，銀線 b に対する銀線 a の電位を，容器 b の KCl 濃度で表すグラフを描け。

（3）次の語句について 100 字程度で説明せよ

(i) 固定誤差と比例誤差

(ii) 系統誤差の加減算と乗除算による誤差の伝達

(iii) 化学量論と当量点

(iv) 酸塩基滴定における標定

2025年度　お茶の水女子大学
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学専攻・情報科学コース
一般入試・外国人留学生入試
基礎科目試験
（数学基礎・情報基礎）

試験日：　2024年8月21日（水）

試験時間：　9時30分　～　12時00分

【注意事項】

1. 監督者の「はじめ」の合図があるまで問題冊子を開けないこと。
2. 試験中，用のある場合は手を挙げて監督者を呼ぶこと。
3. 4問すべてに解答し，解答には各問あたり1枚の答案用紙を使用すること。（裏面使用可）

数　学　基　礎

【1】

[1] 以下の各問に答えよ.

(1)　不定積分 $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}dx$ を求めよ.

(2)　関数 $f(x,y)=x^3+y^3+6xy+2$ の極値を求めよ.

(3)　関数 $g(x,y)=x^6-y^6$ に極値は存在するか. 存在する場合はすべて求め, 存在しない場合はその理由を述べよ.

[2] 積分 $\displaystyle\iint_D (x+2y)dxdy$ の値を, 次に示す2通りの方法で求めよ.

ただし $D=\{(x,y)\,|\,x+y\leq 1, x\geq 0, y\geq 0\}$ とする.

(1)　まず x を固定して y で積分し, 次に x で積分する.

(2)　まず y を固定して x で積分し, 次に y で積分する.

【2】

[**1**] 3次正方行列 A, B について, 以下のそれぞれの命題について真偽を答えよ. また, 真であればそれを証明し, 偽であれば反例を一つ挙げよ.

(1) $\mathrm{rank}(A) = \mathrm{rank}(B) = 3$ ならば $\mathrm{rank}(AB) = \mathrm{rank}(BA) = 3$.

(2) $\mathrm{rank}(A) = \mathrm{rank}(B) = 1$ ならば $\mathrm{rank}(AB) = \mathrm{rank}(BA) = 1$.

(3) $\mathrm{rank}(A) = \mathrm{rank}(B) = 2$ ならば $\mathrm{rank}(AB) = \mathrm{rank}(BA) = 2$.

[**2**]

(1) 以下の特徴を全て満たすような4次正方行列 M を求めよ.

- $\mathrm{Ker}(M)$ がベクトル $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ を含む.
- M の全ての対角成分は0である.
- M の全ての成分は整数であり, 各行に少なくともひとつ1が存在する.

(2) M の行列式 $|M|$ を求めよ.

情 報 基 礎

【3】

文字列を格納した変数 word が与えられた時に，それを引数として 0 から $N-1$ までのいずれかの整数を返す関数 key=calcKey(word) があるとする．この関数の返り値 key を用いて，2 次元配列 data[key][num[key]] に文字列 word を格納することを考える．ただし，この配列 data に同一な文字列は重複して格納されないものとする．また，num[key] の初期値は 0 であり，data[key][num[key]] に文字列が代入されると num[key] に 1 が加算されるとする．

図 1 はこの仕組みを図解したものである．新しい文字列 word が与えられ，関数 calcKey(word) の値が i であるとき，data[i][num[i]] に word を代入している．このような仕組みがあるとき，以下の各問に答えよ．

(1) 関数 calcKey(word) = strlen(word) % N とする．ただし関数 strlen(word) は文字列 word の文字数を返す関数であり，% N は N で割った余りを求める演算であるとする．また，N=5 であるとする．文字列 Monday，Tuesday，Wednesday，Thursday，Friday，Saturday，Sunday をこの順番で与えたとすると，これらの文字列は data[i][j] にどのように格納されるか．それぞれの文字列について i,j の値を答えよ．

(2) この例では 2 次元配列を用いているが，メモリ使用量を効率化するためには配列の代わりになんというデータ構造を用いるのが望ましいか答えよ．

(3) この方法においてデータ要素の格納と検索の効率悪化を防ぐためには，関数 calcKey はどのような性質を有することが望ましいか説明せよ．

(4) 新しい文字列を格納した変数 word が与えられた時，この文字列を配列 data 中の適切な要素に格納する処理を開発したい．図 2 に示したプログラムを完成させよ．ただし以下の点に注意せよ．

- このプログラムは C 言語で書かれているが，文法上の細かい規約との整合性は問わない．また，表示される文書の改行の位置やインデント（字下げ）の有無は問わない．
- 2 つの文字列 a,b が同一であるかを判定する一方法として，関数 strcmp(a,b) の返り値が 0 であれば同一，さもなければ同一でない，という判定方法がある．

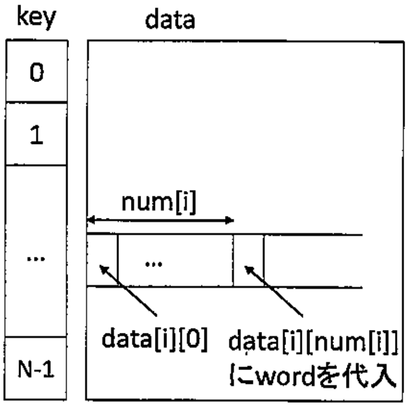


図1 文字列の集合を
1個ずつ格納する仕組み

```
void register(char* word) {
  int key = calcKey(word);
  // ここから下を埋める。具体的には、
  // 既にwordと同一な文字列がdataに
  // 格納されているかを確認し、
  // まだ格納されていなければ
  // 新たにwordを格納する。

}
```

図2 1個の文字列を格納する
関数registerのプログラム

【4】

2つの文字列から最長共通部分列を見つけ出す問題はパターン解析や情報推薦等に広く応用されている．例えば，“BSF”と“FBDGS”の最長共通部分列は“BS”である．最長共通部分列問題に関連するタスクをこなすC言語のプログラムとその実行結果を図3(a)と図3(b)に示す．ここで，関数strlen(word)は文字列wordの文字数を返す関数である．なお，図3(a)における各行の行頭には行番号を付してある．

```
 1 #include <stdio.h>
 2 #include <string.h>
 3
 4 int main() {
 5     char* s1 = “BSF”;
 6     char* s2 = “FBDGS";
 7     int l1 = strlen(s1);
 8     int l2 = strlen(s2);
 9     int L[l1+1][l2+1];
10     int i, j;
11     for (i = 0; i <= l1; i++) {
12         for (j = 0; j <= l2; j++) {
13                              [A]
14             /*ヒント：                             */
15             /*初期化：L[0][j], L[i][0]=0           */
16             /*その他：s1とs2の文字を1個づつ        */
17             /*比較した結果と上と左の要素の値       */
18             /*を用いてL[i][j]の値を決める          */
19
20         }
21     }
22     for(i = 0; i <= l1; i++) {
23       for (j = 0; j <= l2; j++) {
24         printf("%d ", L[i][j]);
25       }
26       printf("\n");
27     }
28 }
```

(a) プログラム

```
0 0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 1
0 0 1 1 1 2
0 1 1 1 1 2
```

(b) 実行結果

図3: C言語のプログラム(a)と実行結果(b)

以下の問いに答えよ．

(1) 図3中の空欄[A]を埋めてプログラムを完成させよ．ヒントのように，空欄[A]で行うべき処理は2次元配列Lの初期化と，2つの文字列の文字の比較した結果から，場合によって上と左の要素の値を用いてLの要素の値を計算していく処理を含む．必要であれば，図4を参照せよ．プログラムはC言語で書かれているが，文法上の細かい規約との整合性は問わない．また，表示される文書の改行の位置やインデント（文字下げ）の有無は問わない．埋めたところが13行目と19行目の間ではあるが，必ず7行に収まる必要はない．

L[i][j]

		s2	F	B	D	G	S	
		0	0	0	0	0	0	i=0
s1	B	0	0	1	1	1	1	
	S	0	0	1	1	1	2	
	F	0	1	1	1	1	2	
		j=0						

図 4: 図 3(a) のプログラムの実行結果と入力 2 文字列との関係

(2) (1) で完成させたプログラムを元に, このプログラムは何のタスクをこなすかを文書で説明せよ.

(3) (1) で完成させたプログラムに対して, s1=“LRRL” と s2=“RSMLLRL” を与えた際に, プログラムの実行結果を示せ.

(4) 出力制御の部分 (22 ~ 27 行目) を除いた時に, このプログラムの計算量をその根拠と共に示せ.

(5) (1) で完成させた図 3(a) のプログラムで L の値を出力した後に, L を用いて 2 つの文字列から最長共通部分列を求めるプログラムを構成する. そのソースコードを図 5 に示す. 図 5 の空欄 [B] を埋めてソースコードを完成せよ. 例えば, s1=“BSF” と s2=“FBDGS” を与えた際に, 完成したプログラムの実行結果として, 図 3(b) の実行結果とともに, “BS” も出力される.

```
int k = L[l1][l2];
char lcs[k+1];
lcs[k]='\0';
int i = l1, j = l2;
while (i > 0 && j > 0) {
    if (s1[i-1] == s2[j-1]) {
                 [B]
    } else if (L[i-1][j] > L[i][j-1]) {
        i--;
    } else {
        j--;
    }
}
printf("%s\n", lcs);
```

図 5: 最長共通部分列を求めるソースコード