2020年度　お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学　専攻・　数学　コース

一　般　入　試
一般・基礎教育科目試験

試　験　日　:　2019 年 8 月 22 日(木)

試験時間　:　9時30分 ～ 11時30分

【注意事項】

1. 監督者の「始め」の合図があるまで問題冊子を開けないこと.

2. この冊子は持ち帰ること. 下書き用紙が不足するときや解答用紙を破損したときなど, 用のある場合は挙手で監督者を呼ぶこと.

3. 問題1から問題2まですべての問題に対して, それぞれ別の解答用紙に解答すること. 解答用紙は裏面を使ってもかまわないが, そのむねを表面に明記すること.

$\boxed{\text{問題 1}}$ a, b を $a < b$ となる実数とし，閉区間 $[a, b]$ 上の連続関数 $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ を考える．

(1) $a < c < b$ となるある点 c で関数 f が微分可能なとき，$f(c)$ が関数 f の最小値ならば，$f'(c) = 0$ となることを示せ．ただし，$f'(c)$ は関数 f の点 c での微分係数を表すものとする．

(2) $a < c < b$ となるある点 c を除いて関数 f が微分可能であるとき，極限値 $\lim_{x \to c} f'(x)$ が存在するならば，関数 f は点 c でも微分可能で $f'(c) = \lim_{x \to c} f'(x)$ となることを示せ．

(3) 関数 f が閉区間 $[a, b]$ 上で微分可能であり $f'(a) < f'(b)$ であるとき，$f'(a) < k < f'(b)$ となる任意の実数 k に対し，$a < \xi < b$ となるある点 ξ が存在して $f'(\xi) = k$ となることを示せ．

問題２

【１】A を $\mathbb{R}$ 上の 4×3 行列, B を $\mathbb{R}$ 上の 3×4 行列とし, A, B で定まる線形写像をそれぞれ f_A, f_B とする. このとき, 以下をみたす A, B が存在するならばその例を一つあげ, 存在しないならばそれを示せ.

（１）AB が正則行列

（２）$0 < \mathrm{rank}\,(BA) < \mathrm{rank}\,B < \mathrm{rank}\,A$

（３）AB が 1, 2, 3 を固有値にもつ正則でない行列

（４）BA が 1, 2, 3 を固有値にもつ正則でない行列

（５）$\dim(\ker f_B) = 2$, $\dim(\ker f_A) = 2$ で, $\dim(\mathrm{Im}\ f_A \circ f_B) = 0$

（６）$\dim(\ker f_B) = 2$, $\dim(\ker f_A) = 2$ で, $\dim(\mathrm{Im}\ f_A \circ f_B) = 1$

（７）$\dim(\ker f_B) = 2$, $\dim(\ker f_A) = 2$ で, $\dim(\mathrm{Im}\ f_A \circ f_B) = 2$

【２】$\mathbb{R}^4$ の部分ベクトル空間 V は次のベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ で, $\mathbb{R}^4$ の部分ベクトル空間 W は次のベクトル $\boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}$ で, それぞれ張られているとする.

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$$

このとき, 共通部分 $V \cap W$ と和空間 $V + W$ の基底と次元をそれぞれ求めよ.

2020年度

人間文化創成科学研究科・博士前期課程

理学専攻・物理科学コース

8月入試問題

基礎科目試験

（物理科学に関する基礎科目）

試験日：　2019年8月22日(木)
試験時間：　9 : 30 ～12：30

注意事項

（1） 5問すべて解答すること。（各問100点）
（2）解答は各問あたり1枚の解答用紙に記入すること 。
（裏面使用可）
（3）答案用紙に問題番号と問題名を記入すること。
（4）監督者の「始め」 の合図をするまで、問題冊子を開けないこと。
(5)試験中、用のある場合は挙手をして監督者を呼ぶこと。

1　基礎科目－力学

なめらかで水平な床に置かれた質量 m のおもりにばね定数 $k(>0)$ のばねを取り付け、バネの他端を床に垂直な壁に固定する。以下の問に答えなさい。

1. おもりを水平方向に引っ張り、ばねの長さが自然長から x だけ変化したときに手を離した。運動方程式を解き、おもりが単振動を行うことを示し、その角振動数 ω を求めなさい。

2. 次に、おもりに対して速度に比例する抵抗力が加わった場合を考える。抵抗力の比例係数を $\alpha(>0)$ とする。おもりがしたがう運動方程式をたてなさい。

3. ばね定数 k と抵抗力の比例係数 α の次元を長さの次元 L、質量の次元 M、時間の次元 T を用いて表しなさい。

4. ばね定数 k と抵抗力の比例係数 α が $\alpha < 2\sqrt{km}$ という関係にある場合について運動方程式の解を求め、その概要（時間的振る舞い）を図示しなさい。

5. さらに周期的な外力 $F_0 \cos \Omega t$ が加わった場合を考える。おもりが運動を開始してから十分時間が経過したとき、運動方程式の解は振幅 a, 初期位相 φ を用いて

$$x = a\cos(\Omega t - \varphi) \tag{1}$$

　　で与えられることを説明しなさい。

6. 前問の式 (1) で与えた振幅 a の大きさを $m, k, \alpha, F_0, \Omega$ 等を用いて表しなさい。

2 基礎科目－電磁気学

電磁波に対する以下の基本的性質をマックスウェル方程式に基づいて示してください．

1. 真空中を伝搬する
2. 光速度で伝搬する
3. 横波である
4. 偏り（偏光）を伴う
5. 電場と磁場は直交する
6. 干渉する
7. 運動量を運ぶ
8. エネルギーを運ぶ
9. 例えば，高周波電流がアンテナを流れて発生する

【参考】
電場 $\mathbf{E}$ と磁束密度 $\mathbf{B}$ が従う真空中の Maxwell 方程式は

$$\begin{aligned}\nabla\cdot\mathbf{B} &= 0,\\ \nabla\times\mathbf{E}+\dot{\mathbf{B}} &= 0,\\ \nabla\cdot\mathbf{E} &= \rho/\epsilon_0,\\ \mu_0^{-1}\nabla\times\mathbf{B}-\epsilon_0\dot{\mathbf{E}} &= \mathbf{j}\end{aligned}$$

となります．ここで ρ, $\mathbf{j}$ はそれぞれ電荷，電流の密度です．また，ϵ_0, μ_0 はそれぞれ真空中の誘電率と透磁率で,c を光速度として $\epsilon_0\mu_0 = c^{-2}$ の関係があります．一方，電荷 e，質量 m，位置 $\mathbf{z}(t)$ の荷電粒子に対する運動方程式は

$$m\ddot{\mathbf{z}} = e\mathbf{E} + e\dot{\mathbf{z}}\times\mathbf{B}$$

です．

3　基礎科目－物理数学

1.　xy 座標系において、j 軸方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_j$（$j = x, y$）とし、$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y$ とする。いま、$\boldsymbol{r}$ の x 軸からの角度を ϕ とすると、

$$x = r\cos\phi, \qquad y = r\sin\phi, \qquad (r = \sqrt{x^2 + y^2})$$

と表せる。極座標表示では、r 方向の単位ベクトル $\boldsymbol{e}_r$ と ϕ 方向の単位ベクトル $\boldsymbol{e}_\phi$ を用いて、$\boldsymbol{r} = r\boldsymbol{e}_r$ と表される。

(1)　$\boldsymbol{e}_r$、$\boldsymbol{e}_\phi$ をそれぞれ $\boldsymbol{e}_x$、$\boldsymbol{e}_y$ を用いて表せ。

(2)　$\boldsymbol{v} = \frac{d}{dt}\boldsymbol{r}$ を極座標表示で表せ。

2.　次の問いに答えよ。

(1)　y は x の実関数であるとし、次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\text{(i)}\ \frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

$$\text{(ii)}\ \frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 6x + 1$$

(2)　次の微分方程式を解き、x と y の満たす方程式を求めよ。ただし、x、y ともに実数とし、$x > 0$ とする。

$$x^2 - y^2 + 2xy\frac{dy}{dx} = 0$$

3.　次の積分を示せ。ただし、a は実数であり、$a \neq 0$ とし、C は積分定数である。

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2}dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

4 基礎科目－量子力学

2次元平面内でポテンシャル $V(x,y)$ の中にある粒子の波動関数 $\Psi(x,y)$ は以下の Schrödinger 方程式に従う。ただし、粒子の質量を m、エネルギーを E とする。

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+V(x,y)\right]\Psi(x,y)=E\Psi(x,y)$$

粒子は $0<x<a$ かつ $0<y<b$ を満たす領域に閉じ込められているものとし、ポテンシャルとして以下の井戸型ポテンシャルを用いる。

$$V(x,y)=\begin{cases}0 & (0<x<a \text{ かつ } 0<y<b)\\ \infty & (\text{それ以外})\end{cases}$$

このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 波動関数を $\Psi(x,y)=A(x)B(y)$ と変数分離したとき、領域 $0<x<a$ かつ $0<y<b$ 内で関数 $A(x)$ および $B(y)$ がそれぞれ以下の微分方程式を満たすことを説明せよ。

$$\begin{aligned}-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}A(x) &= E_xA(x)\\ -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial y^2}B(y) &= E_yB(y)\\ E_x+E_y &= E\end{aligned}$$

(2) 問 (1) で導いた方程式を解き $A(x)$ および $B(y)$ を求めよ。また、それを元に波動関数 $\Psi(x,y)$ の固有値と固有状態を求めよ。

(3) $a=b$ の場合に、基底状態、第1励起状態および第2励起状態のそれぞれについて、エネルギーの固有値と状態の縮退度を求めよ。

(4) $a=b$ の場合に、基底状態および第1励起状態において、粒子の存在確率密度が最大となる点の座標を答えよ。状態に縮退がある場合には、それぞれの状態に対して答えよ。

5 基礎科目－熱・統計力学

絶対温度 T の熱浴に接した体積 V、原子数 N の結晶を考える。以下の設問に答えよ。

問 1 結晶の格子振動を $3N$ 個の独立した調和振動子（固有角振動数 ω_μ）で表すとする。このとき、各振動子のエネルギー固有値 ε_m は以下で与えられる。

$$\varepsilon_m = \hbar\omega_\mu\left(m+\frac{1}{2}\right), \quad m=0,1,2,\cdots, \quad \mu=1,2,\cdots,3N$$

格子振動が熱的に励起されるとき、以下の設問に答えよ。

(1) 振動子一つあたりの分配関数 Z_μ が、$Z_\mu = \frac{1}{2}\left[\sinh\left(\frac{\beta\hbar\omega_\mu}{2}\right)\right]^{-1}$ となることを示せ。ここで、$\beta=(k_{\mathrm{B}}T)^{-1}$ である。

(2) 振動子一つあたりの内部エネルギー U_μ を求めよ。ただし、$U_\mu = -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z_\mu$ の関係を用いてよい。

(3) 結晶の熱容量 C は、$C=\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ で与えられる。ここで、$U=\sum_\mu U_\mu$ である。全ての振動子が一定の角振動数 ω_0 をとるとき、C を求めよ。

問 2 結晶中に分散関係が $\omega(k)=Ak^n$（n は正の整数）となる波動がある場合を考える。そのエネルギー固有値は問 1 と同じ形（ただし、$\omega_\mu=\omega(k)$）で与えられるものとする。この波動が熱運動として励起されるとき、以下の設問に答えよ。

(1) 状態密度 $g(\omega)$ を、$\mathbf{k}$ 空間において等 ω 面上に存在する状態の数とする。波動が 3 次元的（$\mathbf{k}=(k_x,k_y,k_z)$）であるとき、以下のように与えられるとする。

$$g(\omega)=\begin{cases}\frac{V}{(2\pi)^3}4\pi k^2/\left|\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}\right| & (\omega\le\omega_{\mathrm{c}})\\ 0 & (\omega>\omega_{\mathrm{c}})\end{cases}$$

ここで、ω_{c} は T によらない定数である。$\omega\le\omega_{\mathrm{c}}$ のとき $g(\omega)$ が $\omega^{(-n+3)/n}$ に比例することを示せ。

(2) 各 ω での内部エネルギーを $u(\omega)$ とすると、U は $U=\int_0^\infty \mathrm{d}\omega\ g(\omega)u(\omega)$ で与えられる。C の温度依存性が、低温極限で $T^{3/n}$ に比例することを示せ。

(3) 波動が d 次元的（$d=1,2,3$）であるとき、低温極限における熱容量の温度依存性を状態密度の形から考察せよ。各次元での熱容量を導出する必要はない。

(4) $n=1$、$d=3$ としたとき、この波動は問 1 で扱った結晶中の格子振動に相当する。このとき C の低温極限での温度依存性は T^3 である。問 1 の (3) で得られた温度依存性に比べ、温度の低下に対して緩やかな変化となっているが、その理由を述べよ。

2020年度　お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学　専攻・化学・生物化学　コース

（　8　月　院　試　）
（　専　門　科　目　）

試　験　日：　2019 年 8月 22 日(木)
試 験 時 間：　9 時 30 分 ～ 12 時 00 分

【注意事項】

1. 5問中3問選択すること。(各問100点)

2. 解答は各問題分野あたり1枚の答案用紙に記入すること。
　(裏面使用可)

3. 解答番号欄に、選択した問題分野の番号を記入すること。

4. 監督者が「始め」の合図をするまで、問題冊子を開けないこと。

5. 試験中、用のある場合は挙手して監督者を呼ぶこと。

1　物理化学

（1）熱力学に関する以下の問いに答えよ。

(i)　系のエンタルピーHは、内部エネルギーU、圧力P、体積Vを用いて式(1)のように書ける。定圧条件で出入りする熱qは、系のエンタルピー変化に等しいことを示せ。ただし、系の仕事wは膨張仕事のみとする。

$$H = U + PV \qquad (1)$$

(ii) 定圧下の発熱反応で系が30kJの熱を失い、10kJの仕事をした。この時ΔHとΔUの値はいくらか。

(iii)　理想気体における定圧熱容量 C_p と定積熱容量 C_vとの関係を問(i)の結果を踏まえて求めよ。

（2）図1にHClの高分解能赤外吸収スペクトルを示す。吸収線はほぼ左右対称になっており、P枝、R枝と名付けられている。

(i)　このスペクトルは、分子のどのような運動の状態遷移に由来するか。

(ii)　各吸収線は大小２本の吸収線から成っている。２本の吸収線が現れる理由は何か。

(iii)　HClの赤外吸収スペクトルにおける選択則を答えよ。

(iv)　関係するエネルギー準位図の様子を図示すると共に、P枝、R枝のスペクトルパターンとの対応関係を具体的に説明せよ。

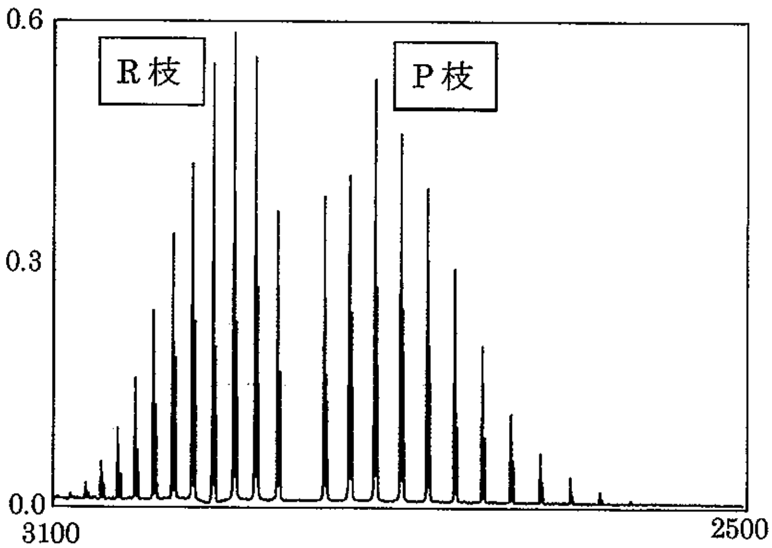


図１　HClの高分解能赤外吸収スペクトル
（横軸は波数3100～2500 cm^{-1}、縦軸は吸光度0.0～0.6）

（3）次の事項について２−５行程度で説明せよ。説明に、図や具体例を用いてもよい。

(a) LCAO-MO　(b) 量子力学における変分原理　(c) 溶液の束一的性質　(d) ブラッグ条件

2　無機化学

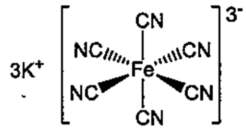
（1） ハロゲン分子およびハロゲン化合物の性質について以下の問に答えよ。

（i） F_2，Cl_2，Br_2，I_2のうち，二原子間の結合エネルギーが最も強いものを選び，その理由を記せ。

（ii） HF，HCl，HBr，HIのうち水中で弱酸であるものを選び，結合の強さや水和の安定性の違いに留意して、理由を述べよ。

（iii） BF_3，BCl_3のルイス酸性はどちらが高いか。理由とともに答えよ。

（2） 金属錯体の異性体について以下の問に答えよ。錯体の構造を図示する場合には、〔例〕にならって示せ。



〔例〕

（i） $CrCl_3 \cdot 6H_2O$ の構造異性体をすべて図示せよ。それぞれに幾何異性体がある場合にはそれらも全て示せ。

（ii） 次の錯体について，幾何異性体と光学異性体をすべて図示せよ。

（ア） tris(ethylenediamine)cobalt(III) ion

（イ） dichlorobis(ethylenediamine)cobalt(III) ion

（ウ） diamminedichloro(ethylenediamine)cobalt(III) ion

（iii） $[PtCl_2(NH_3)_2]$の合成を考える。次のそれぞれの反応で得られる$[PtCl_2(NH_3)_2]$の構造を，幾何異性がわかるように図示せよ。

（ア） $[PtCl_4]^{2-}$水溶液にアンモニア水を加える反応

（イ） $[Pt(NH_3)_4]^{2+}$水溶液に塩酸を加える反応

（3） 金属イオン同士が近接すると，電子軌道間の相互作用による物性変化がよく起こる。2つの金属イオンが最外殻電子軌道の接する距離にある場合， Fe^{3+}イオン間の相互作用とLa^{3+}イオン間の相互作用はどちらが大きいと考えられるか，理由と共に述べよ。

（4） Ni^{2+}イオンを中心金属とした八面体6配位と平面4配位の錯体について，すべてのd軌道のエネルギー準位の相対的な位置を示し，それぞれの電子軌道にどのようにd電子が配置しているかを答えよ。なお，4配位の軌道のエネルギー準位については，6配位の場合と比較してそれぞれの軌道がどのように変化するかが正確に示されていれば良い。

（5） 体心立方格子で剛体球によって占められる体積分率（割合）を求めよ。計算過程も示せ。

3　有機化学

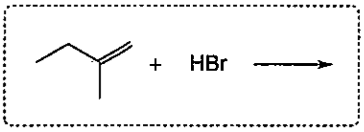
（1）　以下の(a)～(c)の問いに理由と共に答えよ。

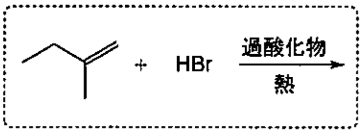
(a) ジメチルエーテルとエチルアルコールでは、どちらの沸点が高いか。

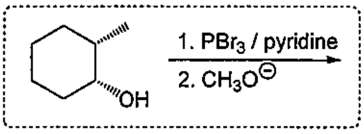
(b) 酢酸とエチルアルコールでは、どちらの酸性度が高いか。

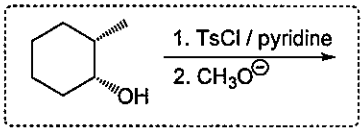
(c) ^{1}H-NMR においてベンゼンとアセチレンはどちらが高磁場に観測されるか。

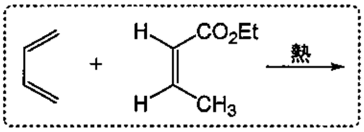
（2）　以下の(a)～(d)の各組の２つの反応は異なる生成物を与える。それぞれの主生成物の構造式を違いが分かるように記し、違いが生じる理由を説明せよ。

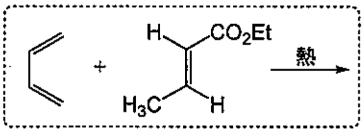
(a) 

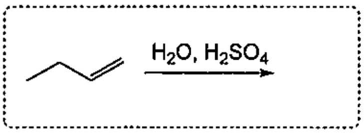
と 

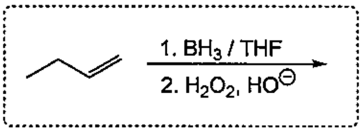
(b) 

と 

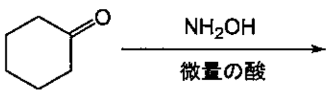
(c) 

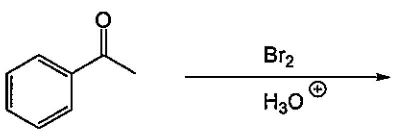
と 

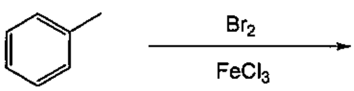
(d) 

と 

（3）　以下の(a)～(c)の反応の生成物の構造式を記し、反応機構を示せ。

(a) 

(b) 

(c) 

（4）以下の(a)～(e)の反応から３つを選び、それぞれ具体的な例を挙げよ。また、反応機構を示せ。

(a) Claisen 縮合反応

(b) Friedel-Craft アシル化反応

(c) Michael 反応

(d) aldol 反応

(e) Wittig 反応

4　生物化学

（1）３種類の生体高分子に関する以下の表の［ア］～［カ］にあてはまる用語を答えよ。また、問（i）～（iii）に答えよ。

生体高分子	単量体	単量体同士の結合の名称（その高分子に固有な別名）
核　酸	［ ア ］	エステル結合（ホスホジエステル結合）
タンパク質	［ イ ］	［ ウ ］（［ エ ］）
糖　鎖	単　糖	［ オ ］（［ カ ］）

(i)［ ア ］はリン酸、糖、塩基で構成されている。塩基の骨格構造である２種類の複素環式化合物の名称と構造式を書け。

(ii)［ イ ］の一般構造を構造式で書け。側鎖は-R で示せ。

(iii) D-グルコースが二つ、α1-4 結合した二糖の構造を Haworth（ハース）式で書け。

（2）A)～D) の核酸やタンパク質の分析方法において、［　］にあげた試薬を使う理由を説明せよ。

A) ジデオキシ（dideoxy）法（あるいは鎖終結法ともいう）による DNA の塩基配列分析
［ ddNTP （ジデオキシヌクレオチド）］

B) PCR（polymerase chain reaction）による DNA の増幅
［ 耐熱性 DNA ポリメラーゼ ］

C) ポリアクリルアミドゲル電気泳動によるタンパク質の分離
［ドデシル硫酸ナトリウム］

D) アガロースゲル電気泳動による DNA の分離
［臭化エチジウム］

（3）A)～D)のタンパク質には、［　］にあげた有機化合物あるいは金属イオンが結合している。A)～D)のタンパク質の生体内での機能や活性について、有機化合物あるいは金属イオンのタンパク質への結合の仕方や役割についてもふれながら説明せよ。

A) ヘモグロビン　　［ ヘム ］

B) ロドプシン　　［ レチナール ］

C) シトクロム　　［ ヘム ］

D) カルモジュリン　　［ Ca^{2+} ］

5　分析化学

（1）鉄の重量分析に関する以下の記述を読み，問いに答えよ。
ある鉄鉱石の試料 0.658 g を塩酸に溶かし，その後含まれていた鉄をすべて+3 の状態に酸化した後，〔 ア 〕を加え〔 イ 〕として沈殿させ，この沈殿を沪過，洗浄した後，(a)<u>強熱</u>して〔 ウ 〕に変え，その重量を測定したら 0.255 g であった。

(i) 〔 ア 〕～〔 ウ 〕に入る適当な語句をあげよ。
(ii) 鉄が全て〔 イ 〕の状態で沈殿したことを確認する方法を述べよ。
(iii) 下線部(a)の操作をする理由を簡潔に説明せよ。
(iv) 試料中に含まれていた鉄の含有量をパーセントで求めよ。ただし， Fe, O, Cl, および H の原子量は，それぞれ 55.9，16.0，35.5，および 1.00 とする。

（2） 溶解度に関する以下の問いに答えよ。
(i) 純水中に溶かした炭酸カルシウムの，モル溶解度（モル濃度で表した溶解度（mol/L）のこと，ここでは s と表記する）と溶解度積定数（K_{sp}）との関係を求めよ。
(ii) 濃度 C（mol/L）の塩化カルシウム溶液中に，炭酸カルシウムを溶かしたときの，モル溶解度（s）と溶解度積定数（K_{sp}）との関係を求めよ。
(iii) 炭酸カルシウムのモル溶解度（s）が，溶液の pH に依存することを，炭酸の第 1 解離定数（K_{a1}）と第 2 解離定数（K_{a2}）を用いて示せ。

（3）以下の語句を 2～5 行程度で説明せよ。図を描いて説明してもよい。
(i) 酸化還元滴定
(ii) ランベルト・ベールの法則
(iii) 気液クロマトグラフィーにおける理論段数
(iv) 系統誤差と偶然誤差

2020 年度　お茶の水女子大学
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学専攻・情報科学コース
外国人留学生入試
数学基礎・情報基礎

試験日：　2019 年 8 月 22 日（木）

試験時間：　9 時 30 分　～　12 時 00 分

【注意事項】

1. 監督者の「はじめ」の合図があるまで問題冊子を開けないこと。
2. 試験中，用のある場合は手を挙げて監督者を呼ぶこと。
3. 4 問すべてに解答し，解答には各問あたり 1 枚の解答用紙を使用すること。(裏面使用可)

数　学　基　礎

【問題１】

【１】　以下の各問に答えよ．

(1)　関数 $\sinh x$ をマクローリン展開し，0 でない最初の 3 項を求めよ．

(2)　不定積分 $\displaystyle\int x \log x dx$ を求めよ．

(3)　3 次元空間の曲面 $z(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy$ の $(2,\ 4,\ z(2, 4))$ における接平面の方程式を求めよ．

【２】　積分 $\displaystyle\iint_D (3x + 2y) dxdy$ の値を，次に示す 2 通りの方法で求めよ．ただし $D = \{(x, y) \mid x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ とする．

(1)　まず x を固定して y で積分し，次に x で積分する．

(2)　まず y を固定して x で積分し，次に y で積分する．

【問題 2】

【1】 $\mathbb{R}^4$ の部分空間 $W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{c} x - y + 3z - w = 0 \\ 2x + 3y + z + 3w = 0 \end{array} \right\}$

について以下の各問に答えよ.

(1) W の次元と基底を求めよ.

(2) W の直交補空間 $W^{\perp}$ の次元と基底を求めよ.

【2】 実対称行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ -1 & 1 & -2 \\ a & -2 & 4 \end{pmatrix}$ について，以下の各問に答えよ.

(1) $\det(A) = 0$ となるように a を求めよ.

(2) 求めた a の値を代入して，適当な直交行列 P を用いて対角化せよ．ただし，対角化に用いた直交行列 P も示すこと.

情　報　基　礎

【問題１】

(1) オブジェクト指向言語における「オブジェクト」、「クラス」、「インスタンス」、「メソッド」とは何か、それぞれについて説明せよ。

(2) クラス変数とインスタンス変数の振る舞いはどう異なるか説明せよ。

(3) クラス設計のための「3つの基本概念」を全て挙げよ。

【問題２】

白と黒のマスが横一列に配列しているとし、これを左から順に読むものとする。また、白を「1」、黒を「0」で表すものとし、白が横に n 個並んでいることを「1n」と表し、黒が横に m 個並んでいることを「0m」と表すものとする。この記法により、図１に示す白と黒の配列を「13021102」という符号で表すことができるとする。また、１行を構成するマスが N 個であることをあらかじめ知っていれば、例えば図２に示す２行の配列を「1302110201120411」という符号で表すことができるとする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 図３に示す２行のマスを符号に変換した結果を解答せよ。

(2) 同じマス数 N の配列が与えられて、これを符号で表現するとする。このとき、符号が最長（文字数最大）となるのはどのようなときか、最短（文字数最小）となるのはどのようなときか、それぞれについて説明せよ。

(3) 図４に示すＣ言語のプログラムは、白と黒の配列を入力して符号に変換し、printf 文で出力する関数 function1 である。空欄を埋めてプログラムを完成させよ。なおこのプログラムにおいて変数 array1[] は０または１のいずれかの値が代入された配列である。１行のマスの数は N であり、行の数は M である。

(4) 図５に示すＣ言語のプログラムは、符号を入力して１と０の２値の列に変換し、printf 文で出力する関数 function2 である。空欄を埋めてプログラムを完成させよ。なおこのプログラムにおいて変数 array2[] は符号を構成する各値が代入された配列である。１行のマスの数は N であり、行の数は M である。

図1

図2

図3

```
#define N (...)
#define M (...)

void function1(int array1[]) {
 (ここを埋める)
   printf(ここを埋める);
 (ここを埋める)
}
```

図4

```
#define N (...)
#define M (...)

void function2(int array2[]) {
 (ここを埋める)
   printf(ここを埋める);
 (ここを埋める)
}
```

図5