令和8年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

数学科　　「数学」

$\boxed{1}$ $\arctan x$ は $\tan x$ の逆関数を表し，その定義域は $(-\infty, \infty)$，値域は $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ とする．また，$x > 0$ に対して，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{\arctan x}{x^2} - \frac{1}{x(1+x^2)}$$

と定める．このとき，次の各問いに答えよ．

(1) 極限 $\lim_{x \to +0} f(x)$，$\lim_{x \to \infty} f(x)$ をそれぞれ求めよ．

(2) 積分 $\int_0^1 f(x)dx$ の値を求めよ．

(3) 関数 $f(x)$ は $x \geq 1$ で単調減少であることを示せ．

(4) 任意の自然数 N に対して

$$\sum_{k=2}^{N} f(k) < \int_1^N f(x)dx < \sum_{k=1}^{N-1} f(k)$$

が成り立つことを示せ．

(5) 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ の収束・発散を調べよ．

数学科　　「数学」

$\boxed{2}$ A を $\mathbb{R}$ 上の以下の 2×2 行列とし, B を $B^3 = A$ をみたす $\mathbb{R}$ 上の 2×2 行列とする.

$$A = \begin{pmatrix} 29 & -14 \\ 42 & -20 \end{pmatrix}$$

このとき，次の各問いに答えよ.

(1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) B の固有ベクトルは A の固有ベクトルであることを示せ.

(3) $B^3 = A$ をみたす行列 B の例を一つ求めよ.

令和8年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

物理学科　「数学・物理学」

解答は問題ごとに別の答案用紙に書くこと。答案用紙には結果の式や数値のみでなく、導出方法も記述すること。時間内に解答が完全には得られない場合でも、考え方の筋道や方針を記述せよ。

〔1〕

(1) 3次元ベクトル $\mathbf{A} = \mathbf{B} \times \mathbf{r}/2$ の $\nabla \cdot \mathbf{A}$ および $\nabla \times \mathbf{A}$ を計算せよ。$\mathbf{r} = (x, y, z)$、$\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ であり、$\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ は定数ベクトルである。

(2) 積分

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\lambda r}}{r} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} dxdydz$$

を計算せよ。ここで λ は正の定数、$\mathbf{r} = (x, y, z)$、$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ である。定数ベクトル $\mathbf{q}$ は $\mathbf{q} = (0, 0, q)$ とする。また極座標 (r, θ, ϕ) を用いると $dxdydz = r^2 dr \sin\theta d\theta d\phi$ である。θ は z 軸と $\mathbf{r}$ の間の角、ϕ は $(x, y, 0)$ と x 軸の間の角である。

(3) 行列

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

の固有値と独立な固有ベクトルをすべて求めよ。固有ベクトルの大きさは1とせよ。

(4) 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \gamma\frac{dy}{dx} + y = 0$$

の一般解を求めよ。γ は正の実数定数とする。

(5) 偏微分方程式

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) f(x, t) = 0$$

を考える。c は正の定数である。

(i) $f(x, t) = g(x \pm ct)$ の形の関数は上の偏微分方程式を満たすことを示せ。
(ii) $f(x, t)$ が波の振幅をあらわすと考えた場合、(i) の結果より波の速さを求めよ。
(iii) 上の偏微分方程式の解を $f(x, t) = X(x)T(t)$ とおいて変数分離の形で求めよ。
(iv) (iii) の結果を用いて、すべての t に対して $X(0) = X(L) = 0$ の境界条件を与えたとき、$0 \leq x \leq L$ の範囲での $f(x, t)$ の一般的な形を求めよ。$L > 0$ である。

〔2〕

水平面との角度が θ の幅の広い斜面がある。この斜面の上に、半径 a、高さ l の円柱と、半径 a の球体を、静止した状態から、斜面の最大傾斜方向に沿って転がす（図1参照）。ここで物体は斜面に対して滑らないものとする。重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えなさい。

(1) 物体にはたらくすべての力を図を描いて示しなさい。

(2) 物体の斜面に平行な速度 v と回転速度 ω を用いて、物体の重心の運動方程式と回転運動に関する方程式を書きなさい。ただし、ここでは物体の質量を m、慣性モーメントを I としてよい。

(3) 物体が滑らずに転がることから、v と ω の間には一定の関係が成り立つ。この関係を数式で表しなさい。

(4) (2)(3) の結果を用いて、物体の重心の斜面に沿った並進運動の加速度と回転加速度を求めなさい。

(5) エネルギー保存則を用いて、物体の重心が鉛直方向に静止した状態から h だけ下がったときの物体の並進運動の速さ v_0 と回転運動の角速度 ω_0 を求めなさい。

(6) 静止した状態から h だけ下がるまでにかかる時間 t_0 を求めなさい。

(7) 円柱と球体がそれぞれ一様な体積密度 ρ_1、ρ_2 をもつとして、円柱と球体それぞれの質量 m と回転軸周りの慣性モーメント I を体積密度で表しなさい。ただし、結果の式だけでなく、慣性モーメントの定義を示し、計算の途中過程も記述すること。

(8) 2つの物体の質量が等しい場合、どちらが速く斜面を転がるか答えなさい。また、そのような結果になる理由を述べなさい。

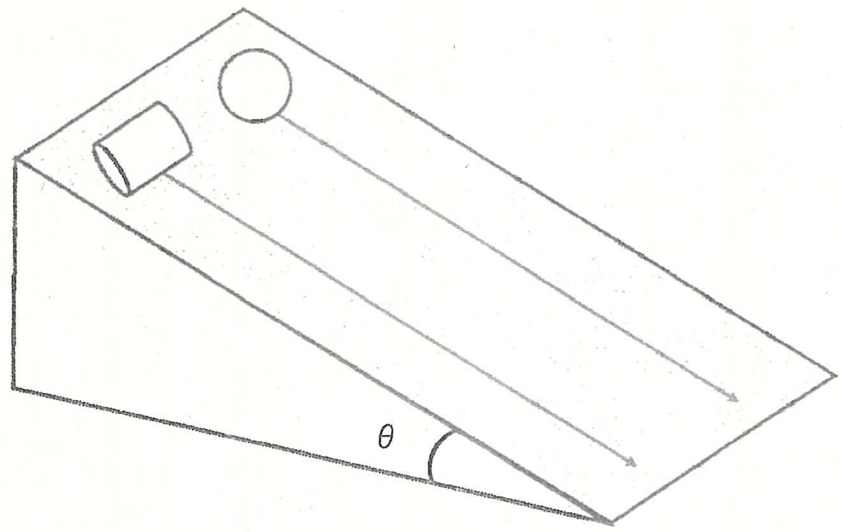


図1　斜面上を転がる円柱および球体

〔3〕

(1) 位置 $\mathbf{r}_1$ の微小線要素 $d\mathbf{s}$ を流れる大きさ I の線電流が位置 $\mathbf{r}_2$ につくる磁場ベクトル $d\mathbf{H}$ は

$$d\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi}\frac{d\mathbf{s}\times(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|^3}$$

で与えられる。$d\mathbf{s}$ のベクトルの方向は、電流が流れる方向である。

大きさ一定の線電流 I が半径 a の円周上を流れている場合を考える。円の中心を座標の原点にとり、円は xy 平面内にあるとする。電流の流れる向きは、z 軸の正の位置から xy 平面を見た時に反時計回りとする。

(i) 円電流の位置を $(a\cos\theta, a\sin\theta, 0)$ とおいたとき、θ と $\theta+d\theta$ の微小部分が $(0,0,z)$ の位置につくる磁場 $d\mathbf{H}$ の各成分を具体的に表せ。
(ii) (i) の結果を用いて、円電流全体が $(0,0,z)$ の位置につくる磁場 $\mathbf{H}$ の各成分を具体的に表せ。
(iii) (ii) の結果は積分形のアンペールの法則を満していることを示せ。磁場の大きさは円の中心から離れるにしたがっておおよそ中心からの距離 r の3乗の逆数に比例して小さくなることは仮定してよい。

(2) 半径 a と半径 b の厚さの無視できる中空の球があり、それぞれの球の中心が一致して固定されているとする。$a>b$ とする。半径 a の球面上には面密度 σ_a の電荷が、半径 b の球面上には面密度 $-\sigma_b$ の電荷が一様に分布しているとする。ここで、$\sigma_a>0$, $\sigma_b>0$ である。真空中の誘電率を ε_0 として、球面以外の場所は真空とみなすことにする。

(i) 球の中心から距離 r 離れた位置での電場ベクトル $\mathbf{E}$ を求めよ。球の中心を原点とせよ。
(ii) 球の中心から距離 r 離れた位置での静電ポテンシャル ϕ を求めよ。$r=0$ での静電ポテンシャル ϕ を0とする。
(iii) 系全体の電荷が中性になるための条件を示せ。
(iv) 二つの球殻をコンデンサーとみなしたとき、その静電容量 C を求めよ。

令和8年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

化学科　　「化学」

1

[1] 量子化学に関する次の問いに答えよ。

① 主量子数が 1、方位量子数が 0、磁気量子数が 0 の水素様原子中の電子について、原子核の位置（$r=0$）での確率密度を以下の波動関数の式を用いて求めよ。なお、式中のZは原子番号、a_0はボーア半径とし、原子核は無限に重いものと仮定する。

$$\psi_{1,0,0}(r,\theta,\phi) = 2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left(-Zr/a_0\right)$$

② (a) 2s 軌道、(b) 2p 軌道、(c) 3d 軌道の主量子数と方位量子数をそれぞれ示せ。

③ 炭素原子の電子配置は$[He](2s)^2(2p_x)^1(2p_y)^1$であるが、メタン分子 CH_4 は 4 つの等価な C−H 結合を持ち、正四面体構造をとる。この理由について、「昇位」、「混成」の用語を使いながら説明せよ。

[2] 気体に関する次の問いに答えよ。

ある実在気体 1 mol は、下記のファンデルワールスの状態方程式

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT$$

に従うとする。ここで、pは圧力、Vは体積、Tは温度、Rは気体定数、a,bは定数である。また、定圧熱容量をC_p、定容熱容量をC_Vと表すとき、

$$C_p - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

である。

① C_pをエンタルピーHとT、C_Vを内部エネルギーUとTを用いてそれぞれ示せ。

② ファンデルワールスの状態方程式の$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$を求めよ。

③ ファンデルワールスの状態方程式の$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$を求めよ。

④ $C_p - C_V$をa,b,R,V,Tで表せ。

⑤ 1 mol の理想気体のときのa,bの値を記せ。

令和8年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

化学科 「化学」

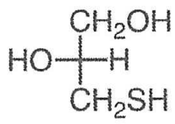
2

[1] 次の問いに答えよ。

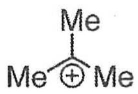
(ア) *trans*-1-*tert*-butyl-3-methylcyclohexane のいす型配座異性体を 2 つ描け。
水素原子も明示すること。

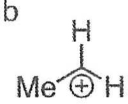
(イ) 上記二つの異性体のうち、どちらが安定か。理由も答えよ。

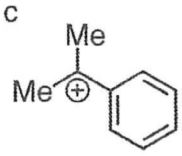
[2] 次の Fischer 投影式で記載された化合物は *R* 配置か *S* 配置か、答えよ。



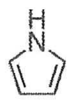
[3] 次のカルボカチオンについて、安定性の高いものから順に並べ、その理由を答えよ。

a


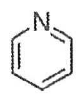
b


c


[4] ピロールとピリジンでは、塩基性が高いのはどちらか、理由とともに答えよ。

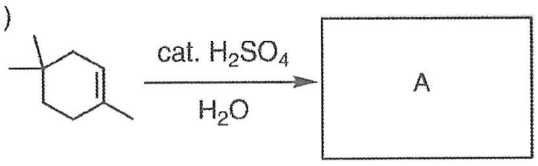


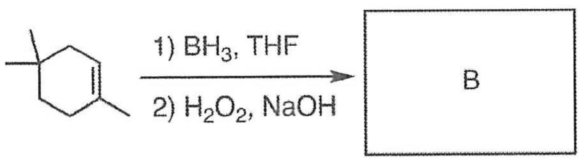
ピロール

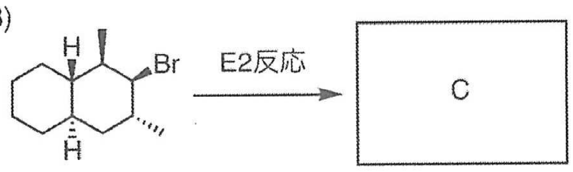


ピリジン

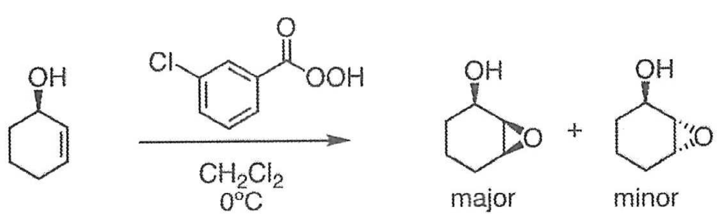
[5] 次の反応(1)-(3)について、主生成物 A-C の構造式を答えるとともに、反応機構を曲がった矢印を用いて描け。必要な場合は立体配置も明示せよ。

(1)


(2)


(3)


[6] 次の反応の反応機構を曲がった矢印を用いて描け。また、立体選択性を説明せよ。



令和8年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

化学科　「化学」

3

以下の文章を読み、問に答えよ。

DNAは（ア）ヌクレオチドが（イ）結合で多数つながった高分子鎖である。DNAは高分子鎖 a)二本が会合して（ウ）構造をとる。DNAの（ウ）構造にはA、B、Zの3種類のコンフォメーションがあり、生理的条件下でとりうる最も安定な構造は（エ）コンフォメーションである。このコンフォメーションでは両鎖のヌクレオチドから伸びた塩基同士は水素結合を介して b)塩基対を作る。RNA鎖には主要な3種類があり、それらのうちアミノ酸残基がエステル結合しているものが（オ）RNA、タンパク質のアミノ酸配列をコードしているものは（カ）RNA、ポリペプチド合成の場になる分子複合体の主要な成分は（キ）RNAである。図1は、DNAが複製されて新しいDNAをつくる過程、DNAの塩基配列情報がRNAに転写される過程、RNAの塩基配列情報がタンパク質に翻訳される過程、それぞれの関係を矢印で表している。転写の際にDNAの一部の会合が解かれ、DNAと相補的な塩基配列のRNAが合成される。図1のRNAは（カ）RNAである。水素結合はタンパク質の c)二次構造の形成にも寄与する。一本のポリペプチド鎖上に形成された複数の二次構造が立体的に折りたたまって三次構造が形成される。（ク）残基同士が共有結合した（ケ）結合が三次構造の安定性に寄与する。

図1

① DNA、RNAは略号である。RNAの正式名称を略さずに英語で書け。
② （ア）～（ケ）に最も適切と考えられる語を答えよ。
③ 下線a)について、二本鎖の会合は平行（高分子鎖が同じ向きに会合）か、逆平行（高分子鎖が逆向きに会合）か。
④ 下線a)について、会合した二本鎖の直径はおよそ2、20、200 Åのいずれか。理由も記述せよ。
⑤ 下線b)を形成する塩基はプリンあるいはピリミジン誘導体である。プリンおよびピリミジンはそれぞれ窒素原子をいくつ含むか。
⑥ 下線b)では、アデニン 、グアニン、シトシン、チミンのどの塩基の組み合わせで対が形成されるか。全て答えよ。また、各塩基の組み合わせで水素結合はいくつ形成されるか。
⑦ DNA水溶液の温度を徐々に上げながら紫外領域の特定波長で吸光度を測定したところ、図2のような結果を得た。50℃から90℃の過程でDNAの構造はどのように変化したと考えられるか。記述せよ。

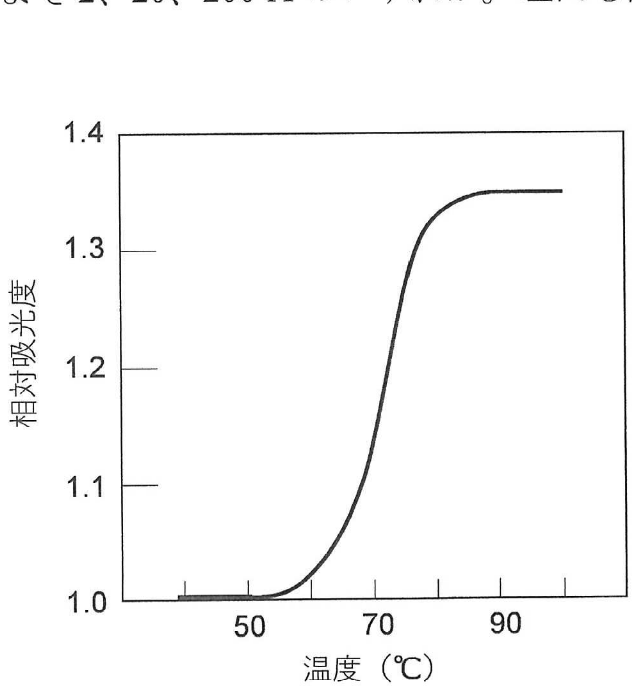


図2

⑧ タンパク質はアミノ酸が多数つながった高分子鎖である。二つのアミノ酸（R_1-$C_\alpha H(NH_2)COOH$、R_2-$C_\alpha H(NH_2)COOH$）が結合したジペプチドの構造を書け。

⑨ 下線 **c)**においては、ポリペプチド鎖上のどの官能基とどの官能基の間で水素結合が形成されるか。

⑩ 以下の英文は下線 **c)**の一つである α ヘリックス構造の安定性に関する記述である。この内容を参考に(1)〜(4)について答えよ。

この部分に記載されている文章については、
著作権法上の問題から掲載することが
できませんので、ご了承願います。

(Lehninger "Principles of Biochemistry" より引用改編)

(1) αヘリックスを形成する能力が最も高いアミノ酸残基の側鎖（R-）の構造を構造式で書け。

(2) 連続した酸性アミノ酸残基あるいは塩基性アミノ酸残基は、αヘリックスの形成にどのように影響するか。記述せよ。

(3) αヘリックスの１回転はおよそ何残基と考えられるか。

(4) αヘリックス構造にプロリン残基があまり見られない理由について記述せよ。

令和８年度　お茶の水女子大学　理学部　第３年次編入学試験問題

生物学科　「生物学」

1　次の問 1〜5 に答えよ。

問１　DNA とは何か，遺伝子とは何か，遺伝とは何か，それぞれの質的な違いを明確にする適切な単語を充てよ。下記の書式で答案用紙に記せ。

DNA＝______　　遺伝子＝______　　遺伝＝______

問２　地球外天体にアミノ酸や核酸の存在が確認されてきたが，これらの地球外有機物が最初の原始地球生命体をもたらしたとは言えない理由を，代謝の側面からと構造の側面から簡潔に述べよ。

問３　原核生物由来である葉緑体の内部で，袋状の膜構造であるチラコイドが形成される過程の概要を簡潔に述べよ。図を併用してよい。

問４　動物において腸・消化管はどのような機能を有するか，消化・吸収以外の機能を３つ挙げよ。

問５　動物の生活史上の発生様式は大きく２種類に分けられ，棘皮動物門・環形動物門・軟体動物門などではそのどちらも見られる。これら２つの発生様式の名称を記せ。

2 次の**問 1〜4** に答えよ。

問1 中立進化説と自然選択説の違いを説明せよ。また、分子レベルの進化においては、中立進化説で説明できる事例の方が多い。その事例を一つ、挙げよ。

問2 (1) 現生の緑色植物における代表的な分類群（被子植物、真正シダ植物、車軸藻類、緑藻類、コケ植物、小葉類、裸子植物）について、その進化史を示す系統樹を図示せよ。

(2) 緑色植物が陸上環境に進出し多様化するうえで特に重要だったと考えられる形態的な形質を１つ挙げよ。

(3) さらに、(2) の形質が獲得されたと考えられる進化的な位置を、(1) の系統樹上で示し、その獲得が陸上植物に与えた効果を説明せよ。

問3 生態系において、第 5 次消費者や第 6 次消費者のような食物連鎖の上位段階の生物がほとんど見られないのはなぜか。エネルギー流の観点から説明せよ。

問4 「捕食」、「競争」、そして異なる種の生物が密接な関係を保ちながら生活する「共生」は、いずれも種間相互作用の一種である。これらの相互作用について、関係する生物種それぞれにとっての影響を「利益がある」「不利益がある」「どちらでもない」の 3 つから選び、比較して説明せよ。その際、共生をさらに 3 つに分類して比較し、その具体例も挙げよ。

令和８年度　お茶の水女子大学
理学部情報科学科

第３年次編入学試験
（数学・情報）

試験日：　令和７年６月 25 日（水）

試験時間：　9 時 30 分〜12 時 00 分

【注意事項】

1. 監督者の「はじめ」の合図があるまで問題冊子を開けないこと。
2. 試験中，用のある場合は手を挙げて監督者を呼ぶこと。
3. ４つの問題すべてに解答し，解答には各問あたり１枚の答案用紙を使用すること。（裏面使用可）

【問題１】

[1]　x と α を実数とするとき, 次の問に答えよ.

(1)　双曲線正弦関数の加法定理を示せ.

$$\sinh(x+\alpha) = \sinh(x)\cosh(\alpha) + \cosh(x)\sinh(\alpha)$$

(2)　$\sinh(\alpha)$ と $\cosh(\alpha)$ について, $\alpha = 0$ の周りのテイラー級数を求めよ.

(3)　次の極限を求めよ.

$$\lim_{\alpha \to 0} \frac{\sinh(x+\alpha) - \sinh(x) - \alpha\cosh(x)}{\alpha^2}$$

[2]　$x > 0$ とする. 関数 $\Gamma(x)$ を

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

と定義するとき, 次の問に答えよ.

(1) n を自然数とするとき, 次の関係式を数学的帰納法で示せ.

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

(2) $I = \displaystyle\int_0^\infty e^{-u^2} du$ とする。$u = r\cos\theta,\quad v = r\sin\theta$ と置換して, 重積分

$$I^2 = \left(\int_0^\infty e^{-u^2} du\right)\left(\int_0^\infty e^{-v^2} dv\right) = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-u^2-v^2} du dv$$

を求めることで, I を求めよ.

(3) $\Gamma\left(\dfrac{1}{2}\right)$ と $\Gamma\left(\dfrac{11}{2}\right)$ を求めよ.

【問題２】

[1] 実数 $x, y \in \mathbb{R}$ と以下の 3 次実正方行列 $A \in \mathbb{R}^{3\times3}$ について，以下の各問にそれぞれ答えよ．

$$A = \begin{pmatrix} x & y & y \\ y & x & y \\ y & y & x \end{pmatrix}$$

(1) $x = y$ としたときの $|A|$ の値を求めよ．

(2) $x = -2y$ としたときの $\mathrm{rank}(A)$ を求めよ．

(3) n を自然数として，A^n を求めよ．

[2] X を 3 次実正方行列とし，f_X を X で決まる線形写像 $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ とする．以下の特徴を全て満たすような X を一つ挙げ，それぞれの特徴を満たしていることを示せ．

- X の全ての要素はそれぞれ 0 でない．
- $\dim \mathrm{Ker}(f_X)=1$
- $\dim \mathrm{Im}(f_X)=2$

【問題３】

(1) 次の命題論理式を積和標準形（Disjunctive Normal Form, DNF）に変形しなさい.

$$F \equiv (P \to Q) \vee \neg(R \wedge Q)$$

(2) 次の命題論理式を和積標準形（Conjunctive Normal Form, CNF）にする式展開を示しなさい.

$$F \equiv \neg(P \leftrightarrow (Q \vee R))$$

(3) 次の自然言語文を量化子を用いた述語論理で表しなさい．その際, 述語は自分で定義して用いること.

(a) 誰もが愛する人がいる.

(b) ある人は全ての人に愛されている.

(c) 飛ばない鳥もいる.

(4) 集合 X,Y に対する以下の定義の下, 各問に答えなさい.

- X の全ての元に対して Y の元が唯一定まるとき, その対応を「写像」と呼ぶ.
- 記号 $f : X \to Y$ は, f が X から Y への写像であることを表す.
- 記号 $x \mapsto f(x)$ は, 写像 f によって $x \in X$ が $f(x) \in Y$ に移ることを表す.
- $\mathbb{R}$ は実数の集合とする.

(a) $x \in \mathbb{R}$ とした時, 以下 (i) から (iv) において写像ではないものがある場合はそれを示し, なぜ写像ではないかその理由を説明しなさい.

(i) $f : x \mapsto x^2$　　(ii) $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$　　(iii) $f : x \mapsto e^x$　　(iv) $f : x \mapsto \pm\sqrt{x}$

(b) 写像 $f : X \to Y$ において, f が全射, 単射, 全単射のそれぞれの定義を量化子を用いて示しなさい.

(c) $X = [-1, 1]$ とする．X から X への写像 f, g, h をそれぞれ (i) から (iii) のように定義する．その際, それぞれの関数が全射であるかないかを理由を付して答えなさい.

(i) $f(x) = x^2$　　(ii) $g(x) = x^3$　　(iii) $h(x) = \sin(x)$

【問題４】

データを昇順にソートする方法として最も単純なものの１つである「バブルソート」について考える．これは「データ列の隣り合う要素を比較し，要素の逆転があった場合はそれらを入れ替える」という操作を繰り返すことでソートを実現するアルゴリズムである．

(1) [5, 6, 1, 2] という配列についてバブルソートをした際の処理手順を記せ．

(2) 上記のバブルソートの操作における説明を，要素を比較する回数や終了条件などに注意してアルゴリズムとして述べよ．

(3) 以下は配列 array とその要素数 N を使って書いたバブルソートの疑似コードである．「ここを埋める」で示されている箇所を埋めよ．

バブルソートプログラム

```
#define N (...)

void BubbleSort(int array[ ]){

  (ここを埋める)

}
```

(4) バブルソートの計算量が多くなる最悪のケースを挙げよ．またその計算量をオーダ表記を用いて示せ．