令和6年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

数学科 「数学」

1 (1) 3次元の実ベクトル空間$\mathbb{R}^3$のベクトルを考える．aを実数とし，

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

とおく．以下の問いに答えよ．

(i) $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$が$\mathbb{R}^3$の基底にならないような$a$の値をすべて求めよ．

(ii) aを(i)で求めた値以外の実数とする．基底$\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$に関する成分表示が$\vec{v}$自身になるような$\vec{v} \in \mathbb{R}^3$をすべて求めよ．

(2) Vを実ベクトル空間とし，$\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_k \in V$とする．また，

$$\langle \vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_k \rangle = \{c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots + c_k\vec{v}_k : c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{R}\}$$

とおく．以下の問いに答えよ．

(i) $\langle \vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_k \rangle$が$V$の部分空間であることを示せ．

(ii) $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_k$が一次独立であるとする．任意の$\vec{v} \in V$について，$\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_k, \vec{v}$が一次従属であることと，$\vec{v}$が$\langle \vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_k \rangle$に含まれることは同値であることを証明せよ．

令和6年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

数学科 「数学」

$\boxed{2}$

(1) 級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

が収束するかどうか答えよ.

(2) 関数 $(1+x)^{1/3}$ にテイラーの定理を用いて

$$\left| (1.001)^{1/3} - \frac{3001}{3000} \right| \leq \left(\frac{1}{10} \right)^6$$

であることを示せ.

(3) s を正の実数とする. 広義積分

$$\int_0^\infty \frac{x^s}{x^2+1} dx$$

が収束する s の範囲を求めよ.

令和6年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

物理学科 「数学・物理学」

解答は問題ごとに別の答案用紙に書くこと。答案用紙には結果の式や数値のみでなく、導出方法も記述すること。たとえ時間内に解答が完全には得られない場合でも、考え方の筋道や方針を記述せよ。

〔1〕

(1) $\mathbf{r} = (x, y, z)$ を 3 次元位置ベクトル、$\mathbf{A}$ および $\mathbf{B}$ を定数ベクトルとする。このとき、$\nabla \times \{(\mathbf{A} \cdot \mathbf{r})\mathbf{B}\}$ を計算せよ。ここで ∇ はベクトル微分演算子 $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ である。

(2) 行列

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ。

(3) 2 次元直交座標 (x,y) を極座標 (r,θ) を用いて、$x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ と表す。微分

$$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$$

を r, θ を用いて表せ。

(4) a を正の定数、$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ とする。積分

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} C \exp\left(-\frac{r}{a}\right) dxdydz$$

が 1 となるように定数 C を定めよ。

(5) 微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = A\sin 2x$$

について次の問いに答えよ。A は定数である。
(a) $A = 0$ の時の一般解を求めよ。
(b) $A \neq 0$ の時の解を一つ求めよ。
(c) $A \neq 0$ の時の一般解を求めよ。

[2]

図のように、半径 a の輪っかに小さなビーズ（質量 m）が通されており、ビーズは輪っかに沿って摩擦なく動ける。輪っかを鉛直に立て、上下端を固定し、一定の角速度 ω で回転させた。重力加速度の大きさを g として、以下の設問に答えよ。

(1) 輪っかの下端から角度 θ の位置に、ビーズがあるとする。遠心力の向きと大きさを示せ。

(2) 輪っかの接線方向について、ビーズの運動方程式を書き下せ。

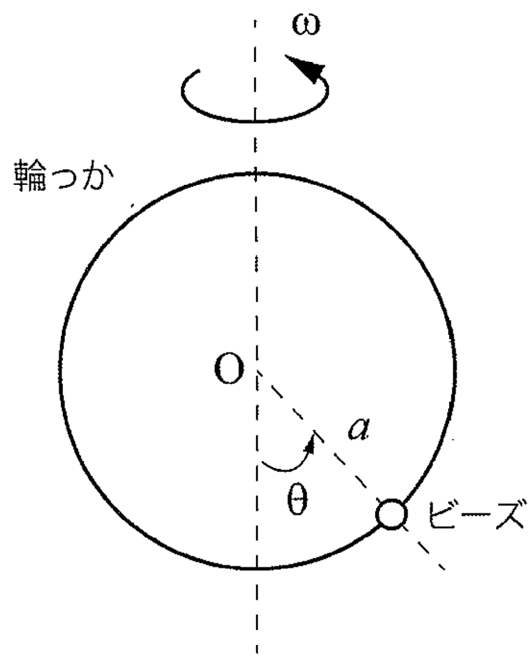
(3) 輪っかに沿ってビーズが動く速度を v とする。前問の結果から、次の式が成り立つことを示し、$V(\theta)$ を求めよ。

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}mv^2 + V(\theta)\right) = 0$$

以下では、ビーズに働く力がつり合っている平衡位置が、$0 < \theta < \pi$ にあるとする。

(4) このときの ω の条件を示せ。加えて、$0 < \theta < \pi$ にある平衡位置の角度を示せ。

(5) $0 < \theta < \pi$ にある平衡位置が、安定かどうか式を用いて説明せよ。



[3]

以下の問いに答えよ。

ある空間領域内に一様な磁束密度 $\boldsymbol{B}$ が加えられ、大きさは B、向きは鉛直上向きとする。z 軸をこの向きに定めると、$\boldsymbol{B} = (0, 0, B)$ である。この一様な磁場中に、辺の長さ a の正方形の形状の回路が存在する。その一組の平行な二辺それぞれの中点を y 軸が通り、回路は y 軸の周りに自由に回転する。最初には、回路の面の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ をその z 成分が正になる向きにとる。そして、回路に一定の電流 I を流した。ただし、電流の向きは、面の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ に関して右ねじ正の向き（右ねじの回転する向き）とする。

以下は、「右ネジ正の向き」に関する補足的説明である。

- 面の法線ベクトルとは、面に垂直な単位ベクトルを意味する。
- $\boldsymbol{n}$ に関して右ネジ正の向きとは、ネジ回しの先端をベクトル $\boldsymbol{n}$ の先端と重ねてネジ回しを置き、ネジ回しでネジを締める回転の向きである。
- 例えば xy 平面上 z 軸に関して右ネジ正の向きとは、2 次元極座標の角度 ϕ が増える向きである。ここで任意の点 (x, y) を動径 r と偏角 ϕ を用いて $(x, y) = (r\cos\phi, r\sin\phi)$ と表す。

(1) 回路の辺のうち、y 軸が通っていない二辺が受けるローレンツ力の大きさを求めよ。

ただし、単位ベクトル $\boldsymbol{t}$ の向きに流れる電流 I が磁束密度 $\boldsymbol{B}$ から受ける力は単位長さ当たり $\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{B}$ であることは、既知として良い。

(2) 回路の面の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ と z 軸のなす角 θ を用いて、y 軸の周りの力のモーメント $N(\theta)$ を求めよ。ここで、角度 θ を y 軸に関して右ネジ正の向きに定める。すなわち、zx 平面上の極座標は動径 ρ を用いて $(z, x) = (\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)$ と表され、その偏角 θ の増加する向きである。

(3) 力のモーメントに対応するポテンシャル $U(\theta)$ を次式で定める。

$$-\frac{\partial U}{\partial \theta} = N(\theta)$$

上式を積分して、ポテンシャル $U(\theta)$ を求めよ。

(4) 回路の面の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ は次式で与えられることを、角度 θ の大きさが $\pi/2$ より小さい場合に確認せよ。

$$\boldsymbol{n} = (\sin\theta, 0, \cos\theta)$$

(5) あるベクトル $\boldsymbol{m}$ により、ポテンシャル $U(\theta)$ は磁束密度 $\boldsymbol{B}$ とのスカラー積の形に表される。

$$U(\theta) = -\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{B}$$

ベクトル $\boldsymbol{m}$ を求めよ。（注：$\boldsymbol{m}$ を磁気双極子モーメントのベクトルと呼ぶことができる。）

令和6年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

化学科 「化学」

1

[1] 以下の文章の空欄 ア ～ コ を適当な語句、式、または数値で埋めよ。

量子力学において、分子系の性質は ア（語句） （Ψ）によって記述される。Ψ は Schrödinger 方程式： イ（式） を解くことによって得られる。ここで、$\hat{H}$ は ウ（語句） 、E は系のエネルギーを表す。Ψ は具体的な物理量を表すものではなく、 エ（式） が粒子を見出す確率密度に対応する。すなわち、 オ（式） が粒子を見出す確率を表す。よって、$\int|\Psi|^2 \mathrm{d}\tau =$ カ（数値） であることが要請される。

一般の物理量 Ω の観測値は、対応する キ（語句） （$\hat{\Omega}$）を Ψ に作用させた結果から得られる。Ψ が $\hat{\Omega}$ の固有値 ω_n の固有関数である場合には、Ψ は固有値方程式： ク（式） を満たし、Ω の観測値として常に ケ（式） が得られる。一方、Ψ が $\hat{\Omega}$ の固有関数でない場合には、観測ごとに異なる値が得られ、無限回にわたる観測値の コ（語句） が $\int \Psi^* \hat{\Omega} \Psi \mathrm{d}\tau$ により求められる。

[2] 熱力学に関する次の問いに答えよ。

① 表 1 において、記号 $\Delta_f H^\ominus$、$C_{p,m}^\ominus$ が表す物理量について説明せよ。

② 表 1 において、$\Delta_c H^\ominus$ は燃焼エンタルピーを表す。β-D-グルコースの $\Delta_c H^\ominus$ はいくらか。反応式を示し、理由とともに答えよ。

③ 1 日の必須熱量のうち半分を白米から摂取する場合、茶碗何杯の白米（炊飯済み）を食べる必要があるか。計算式を示し、答えよ。

ただし、以下を仮定する：

・茶碗 1 杯の白米（炊飯済み）：130 g
　それに含まれる炭水化物：50 g
・白米から供給される熱量は白米中の炭水化物から得られる熱量とし、炭水化物から得られる熱量は同質量の α-D-グルコースの燃焼反応で置き換えられる。
・一日の必須熱量：2000 kcal
・1 cal = 4.2 J

表1　$T = 298$ K の有機化合物の熱力学データ

	M g mol^{-1}	$\Delta_f H^\ominus$ kJ mol^{-1}	$\Delta_f G^\ominus$ kJ mol^{-1}	$S_m^\ominus$ J K^{-1} mol^{-1}†	$C_{p,m}^\ominus$ J K^{-1} mol^{-1}	$\Delta_c H^\ominus$ kJ mol^{-1}
糖　類						
$C_6H_{12}O_6$(s)，α-D-グルコース	180.16	−1274				−2802
$C_6H_{12}O_6$(s)，β-D-グルコース	180.16	−1268	−910	212		
$C_6H_{12}O_6$(s)，β-D-フルクトース	180.16	−1266				−2810
$C_{12}H_{22}O_{11}$(s)，スクロース	342.30	−2222	−1543	360.2		−5645

令和6年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

化学科 「化学」

2

[1] 化学結合に関する以下の問いに答えよ。

① N_2、O_2、F_2分子の結合解離エネルギーは、それぞれ、932、484、146 kJ mol^{-1}である。結合解離エネルギーの大きさがこの順番になる理由について説明せよ。

② 多重結合の結合エネルギーは、単結合の結合エネルギーの単純な2倍（二重結合の場合）、もしくは3倍（三重結合の場合）よりも小さい値をとる。このように、多重結合が弱くなる要因について説明せよ。

③ ①で、F_2分子の結合解離エネルギーは、N_2、O_2分子に比べて極端に小さい。この理由について説明せよ。

④ 共有結合とイオン結合は、完全に区別できず両者の特性を併せ持つことも多い。CO_2とNO_2で結合のイオン性が高いのはどちらか。理由とともに答えよ。

[2] CaO と KCl は同じ NaCl 型の結晶構造を持つ。格子エネルギーはどちらが大きいか。理由とともに答えよ。

[3] ① ハロゲン単体分子のうち、F_2の分子軌道エネルギー準位の概略図を書け。また、電子配置も示すこと。

② F_2は無色、Cl_2は黄緑色、Br_2は赤茶色、I_2は紫色を示す。Cl_2、Br_2、I_2が色を持つのは、あるエネルギー準位間の遷移による。どのエネルギー準位間の遷移であるか答えよ。

③ 周期表が下に行くほど②のハロゲン分子における極大吸収波長はどのように変化していると考えられるか。

④ ③のように変化する理由を、②で答えた準位間の遷移エネルギーの変化に基づいて説明せよ。

[4] 分子量120の弱酸HXについての以下の問題に答えよ。計算問題はその過程も示すこと。

① HXの水中における解離の反応式を書け。

② HX 0.600 g を水 50.0 mL に溶かした水溶液の pH は 3.00 であった。HX の解離定数を求めよ。

③ HX が 0.01 M でナトリウム塩 NaX が 0.01 M の水溶液の pH を計算せよ。

④ NaX が 0.1 M の水溶液の pH を計算せよ。

化学科 「化学」

3

[1] 次の分子のルイス構造を書け。また、水素以外の各原子の混成軌道は sp^3, sp^2, sp のどれか答えよ。

a. メチルカチオン

b. アセトニトリル

c. 二酸化炭素

[2] 以下の A–C 群の物質に関して、括弧内で示した順に並べよ。

A 群: propene, propane, propyne (酸性度の高い順)

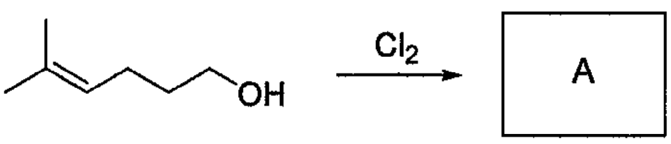
B 群: hydrogen fluoride, hydrogen iodide, hydrogen chloride, hydrogen bromide
(酸性度の高い順)

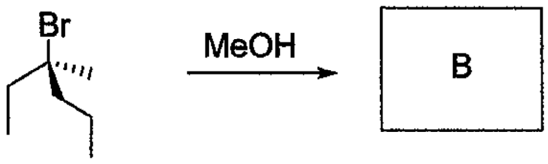
C 群: chloromethane, iodomethane, fluoromethane, bromomethane
(水酸化物イオンとの S_N2 反応が速く進行する順)

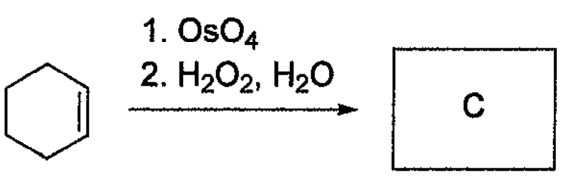
[3] 以下の文章の空欄 a, b に適切な語句を、c, d に図を書け。

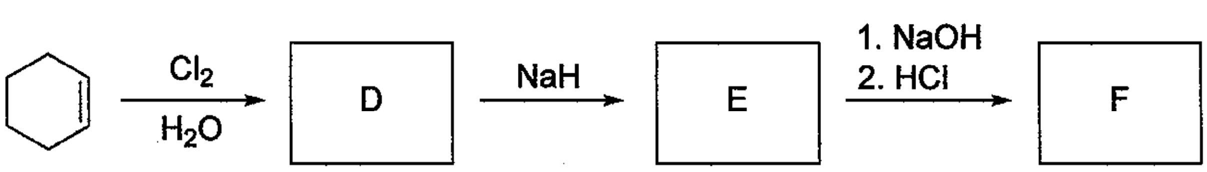
多くの分子はその単結合の回転に伴い、様々なエネルギー状態をとる。このように単結合の回転によって生じる原子の空間的な配置のことを a と呼び、その三次元配置と安定性を考えるために特定の C–C 結合の結合軸に沿って見た図である b がよく利用される。例えば、ブタンの中央の C–C 単結合の回転によって生じる a のうち、最も安定なものおよび最も不安定なものを b で描くと、それぞれ c および d である。

[4] 以下の反応の生成物 A–F を記せ。必要であれば生成物の立体化学についても考慮せよ。(i), (ii)に関しては反応機構を曲がった矢印を用いて説明せよ。

(i)


(ii)


(iii)


(iv)


令和６年度　お茶の水女子大学　理学部　第３年次編入学試験問題

生物学科　「生物学」

1　次の問１～５に答えよ。

問１　C_3植物とC_4植物に関して，二酸化炭素から最初に合成される有機化合物名，およびカルビン・ベンソン回路で炭素固定がおこなわれる細胞名をそれぞれ述べよ。

問２　C_4植物と CAM 植物に関して，CO_2濃縮機構とカルビン・ベンソン回路での炭素固定に注目して，違いを述べよ。

問３　C_4植物が PEP-C による炭素固定と RuBisCO による炭素固定を異なる細胞でおこなっているメリットを説明せよ。

問４　C_4植物は大気中の二酸化炭素濃度が低い時代に爆発的に種数が増加したという考えがある。RuBisCO の役割に注目して，その理由を考察せよ。

問５　図１はC_4植物の３つのサブタイプである。C_4回路での炭素固定や，カルビン・ベンソン回路への炭素供給に注目して，サブタイプの類似点と相違点を簡潔に述べよ。

この部分に記載されている文章については、
著作権法上の問題から掲載することが
できませんので、ご了承願います。

図 1. A schematic outlining of the C_4 pathway in NADP-ME species, NAD-ME species, and PEP-CK species. For clarity, nitrogen exchange reactions between aspartate and pyruvate are not shown in the NAD-ME and PEP-CK subtypes. AL, alanine; ASP, aspartate; CA, carbonic anhydrase; MA, malate; NAD-ME, NAD-malate enzyme; NADP-ME, NADP-malate enzyme; OAA, oxaloacetate; PEP, phosphoenolpyruvate; PEP-C, PEP carboxylase; PEP-CK, PEP carboxykinase; PPDK, pyruvate, phosphate dikinase; PYR, pyruvate. (*Frontiers in Plant Science* 2020, 11: 578739　より改変)

令和6年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

生物学科 「生物学」

2 次の文章を読み，問 1～4 に答えよ。

細菌は，ファージなどのウイルスに感染してしまうと，自身の DNA 複製や代謝経路などがウイルスに乗っ取られてしまい，増殖できなくなってしまう。ところが多くの細菌は，ウイルスの DNA を特異的に切断することで，ウイルスを失活させることが知られている。この仕組みには CRISPR/Cas が関与しており，これを応用した技術が（①）である。CRISPR は，さまざまな細菌に存在する遺伝子領域であり，clustered regularly interspaced short palindromic repeats と名付けられる特徴ある遺伝子配列から生まれた略称である。この領域には，繰り返し配列があり，それらの配列の間（スペーサー領域）に，ウイルスの DNA 配列の一部が存在していた。すなわち（②）DNA の中に（③）するウイルスの遺伝子配列が入れ込まれていたことから，CRISPR はウイルスを攻撃するための仕組みに関与していることが予測された。また Cas（CRISPR associated genes）には DNA を切断する酵素がコードされている。

問 1　上の文章の①～③に，以下の語句から適切なものを選べ。

抗体医薬，RNA ワクチン，mRNA，相同，異なった，宿主，感染，ゲノム編集，相同組換え，モノクローナル抗体，再生，遺伝子組換え

問 2　下線部から，この機構は細菌の免疫機構である可能性が考えられた。そこでこの可能性（仮説）の妥当性を判定するために，CRISPR の配列の一部に，その細菌に感染できるファージの遺伝子配列を，遺伝子組換え技術を用いて挿入した。この遺伝子組換えした細菌をもちいて，仮説を妥当であると判定するためには，1）どのような実験をして，どのような結果が得られれば良いと考えられるか。さらに，2）そのときに得られた結果が DNA を挿入したことが原因となっていることを確かめるためには，どのような実験をして，どのような結果が得られれば良いと考えられるだろうか。これら 2 点についてあなたの考えを述べよ。

問 3　ヒトの免疫機構では CRISPR/Cas ははたらいていないが，免疫に関わるゲノム DNA 配列が変化している。その変化はどのようなもので，変化によって作られるものは免疫にどのように関与しているかについて述べよ。

問 4　細菌に，ヒトと同様の免疫機構を獲得させることができるだろうか。理由とともにあなたの考えを述べよ。

令和6年度 お茶の水女子大学 理学部 第3年次編入学試験問題

情報科学科　「数学・情報」

【1】

(1)　関数 $\log(1+x)$ の第 n 次導関数を推測し, 数学的帰納法でその推測が正しいことを示せ. ただし, log は自然対数である.

(2)　関数 $\log(1+x)$ のマクローリン級数における x^n の係数を求めよ.

【2】 R を正の定数とする. 3次元空間において直交する二つの円柱

$$x^2+y^2 \leq R^2$$

$$y^2+z^2 \leq R^2$$

の共通部分の体積を求めよ.

【3】 正方行列 $A(t) = \begin{pmatrix} 1 & t & t^2 \\ t & 1 & t \\ t^2 & t & 1 \end{pmatrix}$ について, 以下の問いに答えよ. ただし, $t \in \mathbb{R}$ とする.

(1)　行列 $A(t)$ の行列式を求めよ.

(2)　行列 $A(t)$ が正則行列であるための条件を挙げ, $A(t)$ の逆行列を求めよ.

【4】 $\mathbb{R}^3$ の部分空間 $M = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \middle| x+y+z=0 \right\}$ と $N = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \middle| \begin{matrix} x=2y \\ z=4y \end{matrix} \right\}$ を考える. $\mathbb{R}^3$ が M と N の直和 ($\mathbb{R}^3 = M \oplus N$) であることを示すために, 以下の各問に答えよ.

(1)　M と N はそれぞれベクトル空間であることを示せ.

(2)　$M \cap N = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ を示せ.

(3)　$\forall \vec{x} \in \mathbb{R}^3$ に対し, $\exists \vec{m} \in M, \exists \vec{n} \in N,\ \vec{x} = \vec{m} + \vec{n}$ を示せ.

【5】

重量制限が C のナップサックに品物を N 個以下で荷物を詰め, 価値が一番高くなるようにすることを考える. (このような組合せ最適化の問題を「ナップサック問題」という) ここで, C=7, N=10 とし, 品物 i の重量が weight[i], 価値が value[i] であるとして, ナップサックに入れる品物の全ての組み合わせを検討した際の C 言語のプログラムを図 1 に示す. このプログラムの実行結果は 16 となる.

```
#include <stdio.h>
#define N 10
#define C 7

int weight[N] = {2, 5, 3, 4, 3, 5, 4, 3, 4, 2};
int value[N] = {1, 2, 3, 2, 6, 8, 7, 4, 5, 8};

int knapsack(int i, int c) {
  int with_i_value; /* 品物i を入れた時の価値 */
  int without_i_value; /* 品物i を入れなかった時の価値 */
  int max_value;

  if (i > N - 1) {
    return 0;
  }
  without_i_value = knapsack(i + 1, c);

  if (weight[i] <= c) {
    /* 品物i を入れた場合の最大価値を求める */
  ****ここに1行のプログラムを入れる****
  } else {
    with_i_value = -1;
  }

  if (without_i_value > with_i_value) {
    max_value = without_i_value;
  } else {
    max_value = with_i_value;
  }
  return max_value;
}

int main(void) {
  int ret;

  ret = knapsack(0, C);
  printf("%d\n", ret);
  return 0;
}
```

図 1: 全探索を用いたナップサック問題解法プログラム

この時, 以下の問いに答えよ.

(1) このプログラムはどのような方針で, ナップサックに入れる品物の全ての組合せを考えて問題を解こうとしているのか答えよ. 必要ならば図示しても構わない. (解答が正確かつ適切なものほど高得点とする)

(2) 変数 c は何を表しているか答えよ.

(3) このプログラムの 16 行目は何をしているのか答えよ.

(4) このプログラムの 20 行目には品物 i を入れた時の最大値を求めるための式に相当する記述が入る. 品物 i が入った時の重量制限と価値の変更のことを踏まえて該当するプログラムを書け.

(5) このプログラムの 22 行目は何をしているのか答えよ.

(6) このプログラムの計算量のオーダーを答えよ.

【6】 n 進数について以下の問いに答えよ.

(1) 4 進数の $2023_{(4)}$ を 10 進数に直せ.

(2) n 進数の小数 $abc.de_{(n)}$ を 10 進数に直せ. ここで $1 \leq a \leq n-1$ であり, $0 \leq b, c, d, e \leq n-1$ とする.

(3) n 進数の補数について定義を記述せよ.

(4) コンピュータでは 2 進数が使われている. 2 進数の 4 桁の数 A と B を具体的に選び, $A-B$ の計算過程および結果を記せ.

(5) 身近で使われている n 進数の例を思いつく限りあげよ. ただし, 「コンピュータでは 2 進数が使われている」は除く.