

数学科 「数学」

1 $f, g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ を

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{ が有理数}) \\ 0 & (\text{上記以外の点}). \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & (x = \frac{1}{2^m}, m = 1, 2, 3, \dots) \\ 0 & (\text{上記以外の点}). \end{cases}$$

とする.

- (1) f が区間 $[0, 1]$ 上リーマン積分可能かどうか, 理由とともに答えよ.
(2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} \sum_{k=1}^{2^n} \sup_{\frac{k-1}{2^n} \leq x \leq \frac{k}{2^n}} g(x)$$

を求めよ.

- (3) g は区間 $[0, 1]$ 上リーマン積分可能かどうか, 理由とともに答えよ.

数学科 「数学」

2 (1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ とする. A^n を求めよ. ただし, n は自然数とする.

(2) 次の行列の行列式を計算し, それが0となる x の値をすべて求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & \omega & 1 & x \\ \omega & 1 & 2 & x^2 \\ \omega^2 & \omega^2 & 4 & x^3 \\ 1 & \omega & 8 & x^4 \end{pmatrix}$$

ただし, $\omega = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$ である.

(3) t を実数として, 4つの \mathbb{R}^4 のベクトル

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v'_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v'_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

をとる. V を v_1, v_2 で生成される \mathbb{R}^4 の線形部分空間, V' を v'_1, v'_2 で生成される \mathbb{R}^4 の線形部分空間とする. さらに V と V' の和空間 $V + V'$ が \mathbb{R}^4 と異なるとする.

- (i) t の値を求めよ.
- (ii) $V + V'$ の基底を一組求めよ.
- (iii) $V \cap V'$ の基底を一組求めよ.

物理学科 「数学・物理学」

解答は問題ごとに別の答案用紙に書くこと。また、答案用紙には結果の式や数値のみでなく、導出方法も記述せよ。たとえ時間内に結果が完全に得られない場合でも、考え方の筋道や方針を記述せよ。

[1] (1) 次の式で定義される実対称行列 A を考える。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) 行列 A の固有値と固有ベクトルを全て求めよ。
- (b) 任意の3次元ベクトルが行列 A の固有ベクトルの線形結合で表せることを示せ。
- (c) 行列 $\sin(\frac{1}{2}\pi A)$ とその固有値を求めよ。

(2) 次の積分を計算せよ。(ただし、 n は正の整数)

$$(a) \int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx \quad (b) \int_0^{\infty} x^{2n+1} e^{-x^2} dx$$

- (3) 関数 $y(x) = e^{-a^2 x^2}$ が微分方程式 $d^2 y(x)/dx^2 - x^2 y(x) = b y(x)$ の解になるように定数 a と b を定めよ。
- (4) 連立微分方程式 $dy(x)/dx = cz(x)$ 、 $dz(x)/dx = cy(x)$ の解を初期条件 $y(0) = 1$ 、 $z(0) = 0$ の下で求めよ。(ただし、 c は定数)
- (5) 関数 $\delta_y(x)$ と $g(y)$ を次の式で定義する。

$$\delta_y(x) = \begin{cases} y^{-1} & (|x| < \frac{1}{2}y) \\ 0 & (|x| \geq \frac{1}{2}y) \end{cases} \quad g(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta_y(x) dx$$

ここで、 $f(x)$ は何回でも微分可能であるとする。このとき、 $g(y)$ を y の2次の項まで求めよ。

[2] 国際宇宙ステーション (ISS) は高度 400km の上空を周回している。地上から最大何分ほど見られるか。

参考 1. 必要な物理量・定数などは明示したうえで概数 (有効数字 1 桁) を使ってよい。

例えば理科年表 (丸善 1994) :

万有引力定数	$G = (6\ 673 \pm 1) \times 10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$
地球自転の角速度 (概略値)	$\omega = 7\ 292\ 115 \times 10^{-11} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
大気を含めた地心引力定数	$GM = (39\ 860\ 044 \pm 1) \times 10^7 \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
大気のみ地心引力定数	$GM_A = (35 \pm 0.3) \times 10^7 \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
力学的形状係数 (潮汐による永久変形を含まない)	
$J_2 = (1\ 082\ 629 \pm 1) \times 10^{-9}$	$J_3 = (-254 \pm 1) \times 10^{-9}$
$J_4 = (-162 \pm 1) \times 10^{-9}$	$J_5 = (-23 \pm 1) \times 10^{-9}$
$J_6 = (55 \pm 1) \times 10^{-9}$	
地球の赤道半径	$a = (6\ 378\ 136 \pm 1) \text{m}$
赤道における正規重力	$\gamma_e = (978\ 032 \pm 1) \times 10^{-5} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
扁平率 (f)	$1/f = (298\ 257 \pm 1) \times 10^{-3}$
ジオイド上のポテンシャル	$W_0 = (6\ 263\ 686 \pm 2) \times 10 \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
三軸パラメーター (概略値)	$\left\{ \begin{array}{ll} \text{赤道面楕円の扁平率 } (f_1) & 1/f_1 = 90\ 000 \\ \text{赤道面楕円の長軸の向き} & \lambda_1 = 15^\circ (\text{西経}) \end{array} \right.$

参考 2. NASA は地上から肉眼で見える ISS の軌道情報を無料メール配信している。 <https://spotthestation.nasa.gov/>

- [3] (1) 空気中に広く薄い平板導体がある。この平板に単位面積当たり σ の正電荷が帯電した場合、この平板の周りの電場分布はどの様になるか数式を用いて説明せよ。また、電気力線の概略図を示せ。ただし、空気中の誘電率を ϵ_0 とし、平板の端の影響は無視できる。
- (2) 次に、空気中に広く薄い平板導体が2枚、距離 d で、平行に並んでいる場合を考える。一つの平板に単位面積当たり σ 、もう片方の平板に単位面積当たり $-\sigma$ の電荷が帯電した場合、これら2枚の平板の周りの電場分布はどの様になるか、電気力線の概略図を示し説明せよ。ただし、2枚の平板の距離 d は平板の一辺の長さに比べてとても短く、平板の端の影響は無視できる。
- (3) 次に(2)の状態の2枚の平板導体の間に誘電率が ϵ_1 の誘電体を挿入する。このとき、2枚の平板導体の間の電場分布がどの様に変化するか答えよ。
- (4) (3)で、誘電率が ϵ_1 の誘電体を挟む前と後で2枚の平板導体に溜められているエネルギーはどれだけ変化したか答えよ。ただし、平板導体の面積を S とする。

化学科 「化学」

1

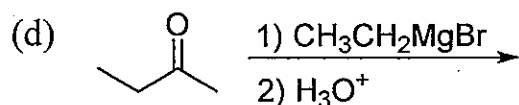
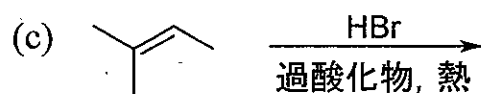
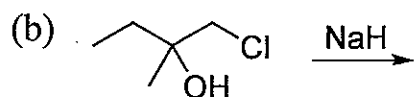
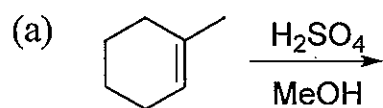
問1. (a)~(d) の各組の化合物について、角括弧 [] 内に示した条件に当てはまるものを選び、その理由について説明せよ。

- (a) CH_3OH , CH_3SH [酸性度のより高い化合物]
- (b) $\text{CH}_3\text{CHClCH}_2\text{OH}$, $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CHClOH}$ [酸性度のより高い化合物]
- (c) ジメチルエーテル, エチルアルコール [沸点のより高い化合物]
- (d) 1-ブタノール, 1-ペンタノール [水溶性のより高い化合物]

問2. (a)~(c) について、例を挙げて説明せよ。

- (a) $\text{S}_{\text{N}}2$ 反応の遷移状態
- (b) 鏡像異性体過剰率
- (c) 芳香族求電子置換反応

問3. (a)~(d) の化学反応式の主生成物と反応機構を示せ。



化学科 「化学」

2

問1~5に答えよ。必要があれば、以下の値を用いよ。

原子量 Na: 23, N: 14
気体定数 R $8.31 \text{ Pa}\cdot\text{m}^3\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

問1. 電子の軌道（波動関数）について考える。図1にならい、(a)、(b)についてすべての軌道の概形を図示せよ。（原子核を・で示し、関数の符号がわかるように書くこと）

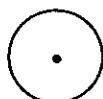


図1 1s原子軌道の概形（図中の・は原子核を示す。）

(a) 2p原子軌道

(b) 第2周期元素の等核二原子分子について、2p原子軌道同士の結合性分子軌道と反結合性分子軌道

問2. アジ化ナトリウムは加熱により爆発する特性を持つ。この反応の化学反応式を書け。また、含まれる窒素原子が全て窒素ガスに変化すると仮定した場合、50 gのアジ化ナトリウムから発生する窒素ガスの体積を求めよ。また、計算式も記せ。但し、温度は20 °C、圧力は $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ とする。

問3. 次の値を用いて、 CH_4 の生成エンタルピーを求めよ。

グラファイトの昇華エンタルピー： $715 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

H-Hの結合エンタルピー： $436 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

C-Hの結合エンタルピー： $415 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

問4. NH_3 と NH_4^+ の構造の違いについて考える。 NH_3 のH-N-Hの結合角は、 NH_4^+ における結合角に比べて小さくなる。この理由について説明せよ。

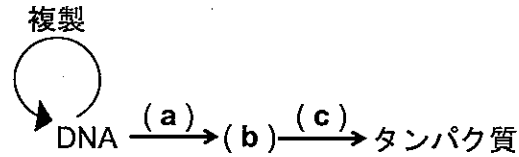
問5. 第2周期元素において、イオン化エネルギーは、原子番号が増えるほど値が増加する傾向があるが、2ヶ所減少するところがある。この2ヶ所の元素を答え、電子配置に基づいてそれぞれの理由を説明せよ。

化学科 「化学」

3

文章を読み、問に答えよ。

遺伝情報の流れを以下の図に示す。



問1. (a) ~ (c) に適切な用語を答えよ。

DNAは、塩基と糖(d)がβ-N-グリコシド結合(e)した(f)にリン酸が縮合したヌクレオチドが、多数つながって(g)できた高分子鎖である。鎖の方向は5'あるいは3'という記号(h)で示すことができる。2本の高分子鎖は互いに逆向きの方向で会合してDNAは二重らせん構造(i)をとる。また、核酸の構成成分ではない遊離のヌクレオチドとして、高エネルギーリン酸結合を持つ(j)などがある。

問2. 波線 d について、塩基の名称(4種類)と糖の名称を答えよ。

問3. 波線 e について、βとは何を示しているか。また、Nとは何を示しているか。

問4. (f) に適切な用語を答えよ。

問5. 波線 g について、結合の名称を答えよ。

問6. 波線 h について、5'や3'は高分子鎖の構造の何を意味しているか。説明せよ。

問7. 波線 i について、二重らせん構造の安定化に関わる「塩基対合」について説明せよ。

問8. (j) に適切な用語を答えよ。

タンパク質はアミノ酸が縮合してつながった高分子鎖で、アミノ酸配列を一次構造という。タンパク質の二次構造は主鎖が作る立体的な構造で、(k)や(l)がある。また、これらの組み合わせで形成される三次構造は、アミノ酸残基の側鎖間の非共有結合性の相互作用で安定化されるが、共有結合(m)が加わる場合もある。

問9. アミノ酸は水溶液中で両性イオンとして存在する。この場合の「両性」とはどのような意味か。説明せよ。

問10. (k) と (l) に適切な用語を答えよ。

問11. 波線 m について、共有結合の名称と、その共有結合を形成するアミノ酸の名称を答えよ。

問12. タンパク質の代表的な機能に酵素としての働きがある。酵素の①特異性、②補因子について説明せよ。

生物学科 「生物学」

1 次の問1～3に答えよ。

問1. 以下に示す系統A～Cから、近年もっとも支持されているものを記号で答えよ。

A	B	C
マウス	マウス	マウス
ウニ	ギボシムシ	ウニ
クラゲ	ウニ	ギボシムシ
ギボシムシ	ゴカイ	ゴカイ
ゴカイ	クラゲ	クラゲ

問2. 線虫では、熱ストレスによってシャペロンをコードする遺伝子(*daf-21*)の発現量が増えることが知られている。*daf-21* の発現量が熱ストレスにより増えた線虫を、熱ストレスのない条件下で飼育しても、10世代以上にわたって発現量の増加が観察される。*daf-21* の発現調節を明らかにするため、①熱ストレスを与えない線虫をかけ合わせる実験、②熱ストレスを与えた線虫をかけあわせる実験、および③熱ストレスを与えた雄性個体と熱ストレスを与えない雌性個体をかけ合わせる実験を、3つの異なる区画で実施し、それぞれの区画でF1を約100個体ずつ採取し、*daf-21* の発現量を測定した(図1A)。さらに、得られたF1それぞれを熱ストレスを与えていない野生型の線虫とかけあわせ、得られたF2の約100個体における*daf-21* の発現量を測定した(図1B)。

- (1) この実験結果から、*daf-21* の発現調節機構について考察せよ。
- (2) ある遺伝子Aのノックアウトを行うと、*daf-21* の発現量は、熱ストレスを与えても、変化を受けなかった。ノックアウトを行った集団における*daf-21* の発現量は、野生型に熱ストレスを与えた場合と同程度の発現量であった。このことから、遺伝子Aの機能について考察せよ。

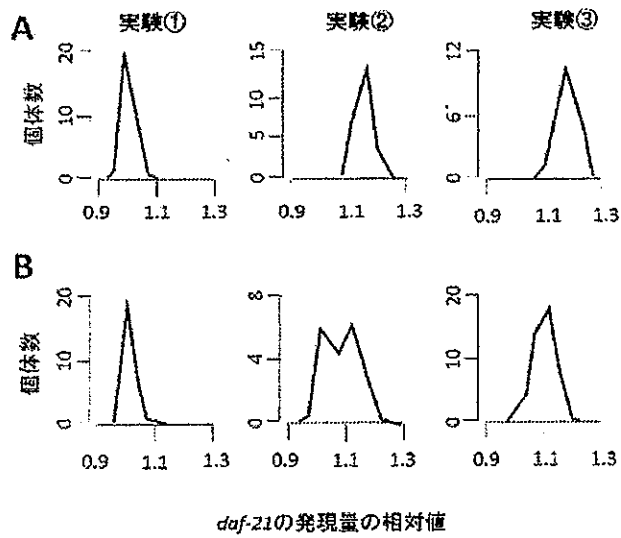


図1 *daf-21* の発現量の分布

(A) F1 における発現量の相対値の分布。(B) F2 における発現量の相対値の分布。

問3. PCRにより、ゲノム DNA から遺伝子 B の翻訳領域の一部を増幅するために、表1に示す試薬を用意した。

表1: PCR 用試薬一覧と試薬量

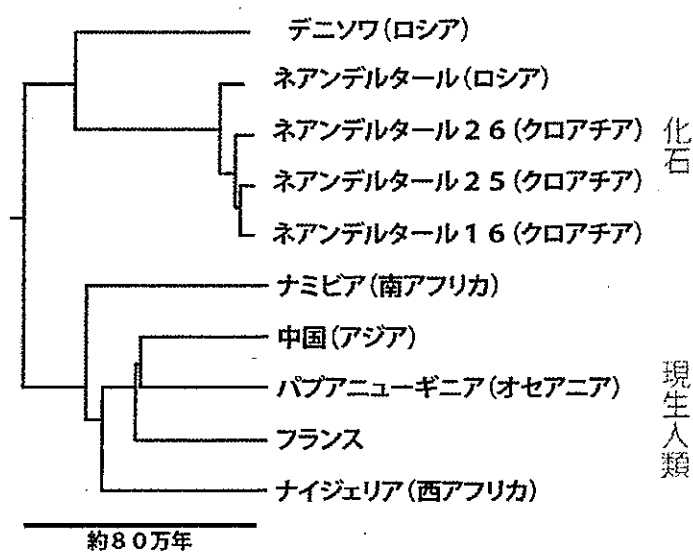
試薬名	希釈用原液の濃度	反応液での濃度もしくは量	25 μ l の反応液に必要な試薬の量 (μ l)
緩衝液	10 倍	1 倍	X
プライマーF (5'-3') 20bp	10 μ M	0.4 μ M	Y
プライマーR (3'-5') 20bp	10 μ M	0.4 μ M	Y
dNTP	25mM	1.0mM	Z
酵素 Taq ポリメラーゼ	5U/ μ l	2.5U	0.5
鋳型 DNA	600ng/ μ l	300ng	0.5
蒸留水	—	—	W

- (1) 25 μ l の反応液で PCR 反応を行う際に、必要なストック試薬量 X, Y, Z および蒸留水量 W を記せ。
- (2) 花子さんが遺伝子 B の増幅実験を行い、ゲノム PCR の産物を電気泳動したところ、目的の配列の長さとは異なる 20~30bp 付近に、バンドが観察された。この原因を探るため、プライマーFのみを使って同様の反応実験を行ったところ、DNA 断片の増幅がみられなかったが、プライマーRのみを使って同様の反応実験を行った場合には、20~30bp 付近に濃いバンドが現れた。以上の結果を得た理由として考えられる仮説を挙げよ。また、その仮説を検証するための方法を記せ。

生物学科 「生物学」

2 次の文章を読み、問1～6に答えよ。

シベリア北西部にあるデニソワ洞窟で、^{ア)} 9万年前のものと推定されるヒト属の骨と人工物が発見された。これらのなかには、^{イ)} ネアンデルタール人由来の骨とともに、今までに知られていない新しい種類の骨が見つかった。^{ウ)} 骨から抽出されたペプチドのアミノ酸組成を質量分析装置によって解析したところ、ネアンデルタール人や現生人類のコラーゲンと似たアミノ酸組成のものが見つかった。そこでこれらの骨から断片化したDNAを抽出し、塩基配列を大量に決定したのち、バイオインフォマティクスを用いて短い配列を連結し、核ゲノムDNAの部分配列を決定した。この配列とネアンデルタール人、および現生人類の核ゲノムDNA配列を比較することで、^{エ)} 以下の系統樹が推定できた。この系統樹にもとづき、「デニソワ人」の存在が推定された。



多くの骨から複数のデニソワ人の部分核ゲノムDNA配列を決定することができた。その情報と、多くのネアンデルタール人の核ゲノムDNA配列、および多くの現生人類の核ゲノムDNA配列とを比較することで、それぞれのグループに固有な一塩基置換を多数見出すことができた。^{オ)} デニソワ人とチベット高原 (ヒマラヤ東部) に居住する現生人類とには共通に存在するが、ネアンデルタール人には存在しない一塩基置換が明らかになった。また、これとは別の部位に^{カ)} デニソワ人とパプアニューギニアに居住する現生人類にも共通する一塩基置換が見られた。

- 問1. 下線部ア) に記されている年代は、一般的にどのように測定(推定)するのか。物理化学的な方法と、生物学的な方法をひとつずつあげよ。
- 問2. 下線部イ) に記されているネアンデルタール人は、おもにヨーロッパと中近東に生存した旧人に分類される人類である。旧人は、いつどこで誕生し、どのような経路でヨーロッパと中近東に定住し、どのような理由で滅んだのか、もっとも有力な説を簡潔に記べよ。
- 問3. 古代試料においては、下線部ウ) に記されている解析は一般的なタンパク質では非常に困難であり、タンパク質が抽出できたとしても細かい断片になっている場合がほとんどである。それにもかかわらず、コラーゲンで人類の種を特定できたのはなぜか。質量分析法を用いていること、およびコラーゲンの特徴にもとづいて、その理由を述べよ。
- 問4. 下線部エ) の系統樹は、チンパンジーを外群として構築した系統樹である。この系統樹からデニソワ人、ネアンデルタール人、および現生人類の関係を簡潔に述べよ。
- 問5. 下線部オ) の一塩基置換は、赤血球の生成機構を制御する転写因子が結合する部位に存在する。この一塩基置換が、チベット高原に定住する人類と低地付近に定住する人類とに見られる生理的違いをもたらすと考えられている。低地付近に定住する現生人類が高山に登ると、血管内赤血球数が一過的に増加するが、チベット高原に定住する現生人類の血管内赤血球数は、低地付近に定住する人類の赤血球数と有意な差はない。以上の事実も考慮し、デニソワ人とチベット高原の現生人類とに共通の変異が存在する理由を分子生物学的、生理学的、および進化生物学的観点から述べよ。
- 問6. 下線部カ) の事実は、系統樹に見られる系統関係と矛盾するようにみえる。核ゲノムDNAの比較的長い塩基配列に基づく系統関係と、一塩基置換の分類にもとづく近縁関係解析が異なる結果をもたらした理由を、人類進化の観点にもとづき述べよ。

情報科学科 「数学・情報」

【1】 以下の各問いに答えよ。ただし、 \log はすべて自然対数とする。

- (1) $f(x) = \log(1-x)$ ($|x| < 1$) のマクローリン展開を求めよ。ただし剰余項の評価はしなくてもよい。
- (2) $0 < x < 1$ において $\frac{x}{x-1} < \log(1-x)$ であることを示せ。
- (3) $\log 2019$ の値の10進小数第2位を四捨五入することにより小数第1位まで求めよ。ただし、必要ならば $\log 2 = 0.693147$ の近似値を用いてよい。

【2】 a を正の定数とするとき、極形式 $r = a(1 + \cos \theta)$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) で囲まれる領域について、以下の各問いに答えよ。

- (1) 囲まれる領域の周の長さを求めよ。
- (2) 囲まれる領域の面積を求めよ。

【3】 次の各問いに答えよ.

(1) V をベクトル和 $+$ とスカラー倍 \cdot を持つ係数体 F 上のベクトル空間とする. これを $(V, +, \cdot)$ と表す. $W \subset V$ である W に対して $(W, +, \cdot)$ が係数体 F 上の部分ベクトル空間となるための条件を述べよ.

(2) 以下の各集合が数ベクトル空間 \mathbb{R}^3 の標準的な和とスカラー倍に関して部分ベクトル空間となるか否かについて, 部分ベクトル空間になる場合にはなることを示し, またならない場合にはその理由を述べよ.

(a) $W_1 = \{(x_1, x_2, 0) \mid x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$

(b) $W_2 = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}, x_1^2 + x_2^2 = x_3^2\}$

(c) $W_3 = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}, x_1 + x_2 = x_3\}$

【4】 行列 $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ について, 以下の各問いに答えよ.

(1) 行列式 $\det(M)$ を求めよ.

(2) 行列 M は可逆か否かを述べ, 可逆ならばその逆行列 M^{-1} を求めよ.

【5】以下のCプログラムについて、問いに答えよ。

```
1 #include <stdio.h>
2
3 /* swap *x and *y */
4 void swap (int *x, int *y) {
5     ...
6 }
7
8 int partition (int array[], int left, int right) {
9     int i, j, pivot;
10    i = left;
11    j = right + 1;
12    pivot = left;
13    do {
14        do { i++; } while (i <= right && array[i] < array[pivot]);
15        do { j--; } while (array[pivot] < array[j]);
16        if (i < j) { swap(&(array[i]), &(array[j])); }
17    } while (i < j);
18    swap(&(array[pivot]), &(array[j]));
19    return j;
20 }
21
22 void sort (int array[], int left, int right) {
23     int pivot;
24     printf("o");
25     if (left < right) {
26         pivot = partition(array, left, right);
27         sort(array, left, pivot-1);
28         sort(array, pivot+1, right);
29     }
30 }
```

- (1) swap関数の省略されている箇所(...)について、プログラムを補完せよ。
- (2) 上記のsort関数において用いられているアルゴリズムの名称を答えよ。
- (3) このソートアルゴリズムの平均計算量、最悪計算量をそれぞれ答えよ。
- (4) 24行目により、sort関数が呼び出されるたびに文字oが出力される。sort関数に、入力として配列 2,1,8,5,4,7 を与え、配列全体をソートする場合、oは何回出力されるか。
- (5) このソートアルゴリズムにおける最悪計算量の例となる長さ4の配列を挙げよ。
- (6) このソートアルゴリズムにおいて最悪計算量を避けるための手法の例を挙げよ。

【6】 以下の問いに答えよ.

- (1) ハードウェア・アーキテクチャのひとつとして「メモリアーキテクチャ」がある. メモリアーキテクチャは「記憶階層」と呼ばれる構造を持つことによって効率の良い処理を実現している. 記憶階層とはどのようなものか説明しなさい.
- (2) 入出力アーキテクチャにおける「割り込み」とはどのような処理を指すのか答えなさい.
- (3) サーバ・クライアントシステムとはどのようなものか答えなさい. また, クライアントとしてシンクライアントとリッチクライアントというものがある. それぞれどのようなものか答えなさい.
- (4) インターネット上で安全な通信を行うための暗号化技術のひとつとして、「公開鍵暗号方式」というものがある. 暗号化通信, および, 電子署名の仕組みについて, 「公開鍵」, 「秘密鍵」の二つのキーワードを用いて説明しなさい.