

A - 1

- (1) ドップラー効果の公式より

$$f' = \frac{v}{v - u} f.$$

- (2) 円周の長さを音源の速度で割って周期を出す

$$T = \frac{2\pi r}{V}.$$

- (3) 音源の速度ベクトルが、音源と観測者を結ぶ線と並行になるときに $u = \mp V$ となり振動数が最大・最小になる。したがって、

$$\text{最大値はク地点において } f_{\max} = \frac{v}{v - V} f, \text{ 最小値はイ地点において } f_{\min} = \frac{v}{v + V} f.$$

- (4) 速度ベクトルの x 成分だけを考えると $u = -V \sin(Vt/r)$ 。ア地点にいる音源は最初は遠ざかるから-がつくことに注意。

$$f' = \frac{v}{v + V \sin(Vt/r)} f.$$

- (5) (3) と同様の式を V について解けばいい。

$$V = \frac{f_+ - f_-}{f_+ + f_-} c.$$

- (6) (5) の式に数値を代入する。また、 $2\pi R = VT$ を用いて R を計算する。

$$V = 5 \times 10^2 [\text{m/s}], \quad R = 8 \times 10^8 [\text{m}].$$

A2 略解

(1) 半径 r の球の表面積は $S = 4\pi r^2$ 。電気力線の本数は $N = 4\pi k_0 Q$ 。単位面積あたりの電気力線の本数は N/S より

$$k_0 \frac{Q}{r^2}$$

(2) $r < a$ で

$$k_0 \frac{Q}{r^2}$$

正の向き（外向き）

$r > a$ で

$$0$$

(3) 重ね合わせの原理より (2) の電界から (1) の電界を引くと、 $r < a$ で

$$0$$

$r > a$ で

$$k_0 \frac{Q}{r^2}$$

負の向き（内向き）

(4) $r < a$ で

$$0$$

$a < r < b$ で

$$k_0 \frac{Q_a}{r^2}$$

負の向き

$r > b$ で

$$k_0 \frac{Q_a + Q_b}{r^2}$$

負の向き

(5) 電場の強さは

$$k_0 \frac{Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_m}{r^2}$$

負の向き

(6) (5) より、中心から r 離れた位置での電界は、半径 r の球内部の電気量と同量の電気量をもつ点電荷を球の中心に置いたときに r 離れた位置につくられる電界に等しい。

$r < a$ では、電荷密度を $-\sigma$ とおくと半径 r の球内の電気量 Q' は

$$Q' = -\frac{4\pi}{3}r^3\sigma = -\frac{r^3}{a^3}Q$$

したがって、電界の強さは

$$k_0 \frac{|Q'|}{r^2} = k_0 \frac{rQ}{a^3}$$

で負の向き

$r > a$ では $Q' = -Q$ であり、電界の強さは

$$k_0 \frac{Q}{r^2}$$

で負の向き

(7) 外部から加えた一様な電界から正の点電荷が受ける力の大きさは

$$QE_0$$

半径 a の球内に一様に分布した負の電荷から受ける力の大きさは、正電荷が球の中心から d だけずれたとすると

$$k_0 \frac{dQ^2}{a^3}$$

これらがつり合うとすると

$$d = \frac{a^3}{k_0 Q} E_0$$

物理 B - 1

- (1) 力のつりあい $k\ell = mg$ より

$$\ell = \frac{mg}{k}.$$

- (2) よく知られた公式より

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

- (3) 宇宙にいてもバネの振動数は変わらないので (2) と同じ式で、おもりの質量が理子さんの質量に置き換わる

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}.$$

- (4) 以下のように M を m, T_1, T_2 で表して値を代入

$$M = m\frac{T_2^2}{T_1^2} = 49 [\text{kg}].$$

- (5) 質量 m は物体固有の量であり不変である。一方、重さ mg は重力による力を表し、質量と重力加速度の積であるため重力加速度が変わると変化する。

- (6) 万有引力の法則より、重力加速度は地球中心からの距離の-2 乗に比例するから

$$g' = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \approx 7 [\text{m/s}^2].$$

- (7) 向心加速度の公式に値を代入する

$$a = \frac{v^2}{R+h} \approx 7 [\text{m/s}^2].$$

- (8) ISS 内の宇宙飛行士が受ける地球による重力と、円運動の遠心力がつり合って相殺しているため。

物理 B 2 解答例

$$(1) F_0 = n_0 q_m g, \text{ 方向は鉛直上向き}$$

$$(2) F_1 = n_0 q_m g - n_1 q_m g - M_L g = ((n_0 - n_1) q_m - M_L) g$$

$$(3) T_2 = \frac{T_0 p_0 V_L q_m}{p_0 V_L q_m - R M_L T_0} = \frac{T_0}{1 - (R M_L) / (V_L q_m) \times T_0 / p_0}$$

なお、 $(R M_L) / (V_L q_m)$ は定数で、 $(8.3 \times 0.3) / (1.5 \times 0.03) = 166/3$ 。これを c とおいて用いると、 $T_2 = \frac{T_0}{1 - c \times T_0 / p_0}$ と簡単に書けるようになる。次の問いでは、 $\frac{T_0 p_0 V_L q_m}{p_0 V_L q_m - R M_L T_0}$ を計算した場合と、 $\frac{T_0}{1 - c \times T_0 / p_0}$ を計算した場合について併記する。

$$(4) T_2 = \frac{300 \times 1.0 \times 10^5 \times 1.5 \times 0.03}{1.0 \times 10^5 \times 1.5 \times 0.03 - 8.3 \times 0.3 \times 300} = \frac{300}{1 - 300 / (1.0 \times 10^5) \times 166/3} = \frac{300}{1 - 0.166} = 359.7 \text{ [K]}$$

答えは、有効数字 2 桁で、360 [K]

(5) (3) の回答が釣り合いの式なので、 $360 = \frac{297 \times p_3 \times 1.5 \times 0.03}{p_3 \times 1.5 \times 0.03 - 8.3 \times 0.3 \times 297}$ から p_3 を求めることになる。計算値は、93908 [Pa]。有効数字 2 桁で 9.4×10^4 [Pa]

ただし、(3) と同様 c を使って式を変形すると、 $p_3 = \frac{T_{\text{外}} \times T_{\text{内}} \times c}{T_{\text{内}} - T_{\text{外}}}$ と簡単に書ける。ここに、 $T_{\text{外}} = 297$ [K]、 $T_{\text{内}} = 360$ [K]、 $c = 166/3$ を代入して、 $p_3 = \frac{297 \times 360 \times 166/3}{360 - 297} = \frac{297 \times 360 \times 166/3}{63} = \frac{11 \times 360 \times 166}{7} = 93908$ [Pa] としても同じ答えが求められる。

(6) この時、ランタン内部の物質量を n_4 とおくと、ランタン内部の気体の状態方程式は $p_3 V_L = n_4 R T_4$
 $\therefore n_4 / V_L = p_3 / (R T_4)$ 。また、ランタン内部の気体の質量の比較から、 $d_4 \times V_L = n_4 \times q_m$
 $\therefore d_4 = n_4 q_m / V_L = p_3 q_m / (R T_4) = 0.942 \text{ [kg/m}^3]$ 。有効数字 2 桁で 0.94 [kg/m³]

(7) ランタンにかかる力は、鉛直上向きの浮力 ($d_v V_L g$) と、ランタン内の気体とランタン本体にかかる下向きの重力。上空で外気の体積密度 d_v が徐々に小さくなることを考えると、必ずどこかの地点で、浮力ー重力 < 0 となることが想定される。絶対的な限界は、ランタン内の気体の密度がゼロの時、 $1.5[\text{m}^3] d_3 [\text{kg/m}^3] = 0.3[\text{kg}]$ となる時。 $\therefore d_3 = 0.2 [\text{kg/m}^3]$