

数 学 共 通

(理学部用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは、この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1 1個のサイコロを3回投げ、出た目を1回目から順に、 a, b, c とする。
以下の問いに答えよ。

- (1) 出た目の積 abc が3で割り切れる確率を求めよ。
- (2) 出た目の積 abc を3で割った余りが2であったとき、 a, b, c のうち少なくとも1つが1である確率を求めよ。
- (3) x についての2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ が異なる2つの実数解をもつ確率を求めよ。

2 $AB = 2, AD = 3, AC = 4$ となる平行四辺形 $ABCD$ を考え、点 E を辺 AD 上に $AE = 1$ となるようにとる。また動点 P が直線 CD 上を動くとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ の値を求めよ。
- (2) 平行四辺形 $ABCD$ の面積を求めよ。
- (3) 線分 BP の長さが最小となるときの線分 CP の長さ と BP の長さを求めよ。
- (4) 直線 BE と直線 AP が垂直に交わるときの線分 CP の長さを求めよ。
- (5) 直線 BE と直線 AP が垂直に交わるとき、その交点を Q とする。三角形 DEQ の面積を求めよ。

3 以下の問いに答えよ.

(1) 次の定積分を求めよ.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t \, dt$$

(2) 関数 $f(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) を

$$f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin t)^2 dt$$

で定めるとき, 関数 $f(x)$ の最小値を求めよ.

(3) 関数 $g(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) を

$$g(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |x - \sin t| dt$$

で定めるとき, 関数 $g(x)$ の最小値を求めよ.

(4) 自然数 n について

$$a_n = \int_{2n\pi}^{2(n+1)\pi} \frac{1 + \sin x}{\sqrt{x}} dx$$

とすると, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = \infty$ を示せ.