

1

長軸が短軸の2倍の楕円を考える。この楕円の内側に、同じ半径を持つ異なる2つの円を、互いに接するように、かつ楕円にも接するように置きたい。

このとき、楕円の短軸と円の半径の関係について論ぜよ。

数列  $\{a_n\}$  が  $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{3a_n + 2}{a_n + 2}$  で定められ、数列  $\{c_n\}$  が  $c_1 = 1, c_{n+1} = \frac{9}{6 - c_n}$

で定められている。このとき次の問いに答えよ。

(1)  $b_n = \frac{a_n - \beta}{a_n - \alpha}$  とおくとき、数列  $\{b_n\}$  が等比数列となるような  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) の値を求めよ。

(2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

(3)  $d_n = c_n - \gamma$  とおくとき、数列  $\left\{\frac{1}{d_n}\right\}$  が等差数列となるような  $\gamma$  の値を求めよ。

(4) 数列  $\{c_n\}$  の一般項を求めよ。

(5) 数列  $\{a_n\}$  および数列  $\{c_n\}$  の極限を求めよ。