

令和 7 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 共 通

(理学部用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは、この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1

k を自然数とする. 赤玉 1 個と白玉 10 個と黒玉 4 個を一つの袋に入れ, 玉を 1 個取り出し元に戻す試行を繰り返す. a_k を以下のルールによって定める.

・ k 回目の試行で赤玉を取り出した場合には $a_k = 1$ とする.

・ k 回目の試行で白玉を取り出した場合には $a_k = 2$ とする.

・ k 回目の試行で黒玉を取り出した場合には $a_k = 3$ とする.

また, 自然数 n に対し,

$$x_n = \sum_{k=1}^n 4^{n-k} a_k = 4^{n-1} a_1 + 4^{n-2} a_2 + \cdots + 4 a_{n-1} + a_n$$

とおく. 以下の問いに答えよ.

(1) 2 回の試行を行い, 1 回目の試行で白玉, 2 回目の試行で黒玉を取り出したときの x_2 を求めよ.

(2) 3 回の試行を行ったとき, x_3 が 42 未満の偶数となる確率を求めよ.

(3) 2 回の試行を行い, a_1 と a_2 が異なる値であったとき, x_2 が 7 の倍数である条件付き確率を求めよ.

(4) n 回の試行を行ったとき, $x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ が偶数となる確率 P_n を求めよ.

2 平面において $OA = 3$, $OB = 2$, $AB = \sqrt{7}$ である三角形 OAB を考える.

直線 AB 上の点 P を, 線分 OP と直線 AB が垂直となるようにとる.

$\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ として以下の問いに答えよ.

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ.

(2) ベクトル $\vec{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ.

(3) 線分 AB 上に $\angle POQ = \frac{\pi}{6}$ となる点 Q がただ一つあることを示し, ベクトル $\vec{OQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ.

3 以下の問いに答えよ．必要であれば， $\frac{31}{10} < \pi < \frac{22}{7}$ を用いてよい．

(1) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき， $x < \tan x$ が成り立つことを示せ．

(2) $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ のとき， $\frac{1}{\cos^2 x} \leq \frac{1}{1-x^2}$ が成り立つことを示せ．

(3) $\int_0^{\frac{1}{8}} \frac{1}{1-x^2} dx$ を計算せよ．

(4) $\frac{7}{180}\pi < \tan 7^\circ < \frac{1}{2} \log \frac{9}{7}$ が成り立つことを示せ．