

# お茶の水女子大学令和6年度一般入試（後期日程） 理学部情報科学科論述試験（略解）

1

たとえば、次の(1)～(3)に挙げるような点が論理的に述べられている解答を高く評価した。

- (1) 自然対数の底（ネイピア数） $e$ の定義を、極限等を用いて正しく書けている。
- (2)  $e^x$ の導関数を求めると $e^x$ のままとなること、あるいは $\log_e x$ の導関数が $1/x$ となることが、(1)の定義から導けることを論じている。
- (3) さらに導関数の定義を用いて、(2)を証明している。

2

- (1)  $p, q$  を互いに素な自然数として  $\sqrt{2} = q/p$  とおく。両辺を 2 乗して整理すると  $2p^2 = q^2$  となる。左辺は 2 の倍数なので、 $q^2$  は 2 の倍数。よって  $q$  は 2 の倍数。すると  $q^2$  は 4 の倍数なので、 $p^2$  は 2 の倍数。よって  $p$  も 2 の倍数だが、これは  $p, q$  が互いに素という仮定に矛盾する。
- (2) 同様に  $p, q$  を (互いに素な) 自然数として  $\log_2 9 = q/p$  とおく。展開すると  $p \log_2 9 = q$  となり  $\log_2 9^p = q$  となる。これは  $9^p = 2^q$  となるが、左辺は奇数、右辺は偶数なのでこれは成り立たない。
- (3) (上記を認めた上での構成的な証明)  $a = \sqrt{2}, b = \log_2 9$  とおく。

$$\begin{aligned} a^b &= \sqrt{2}^{\log_2 9} \\ &= \sqrt{2}^{2 \log_2 3} \\ &= 2^{\log_2 3} \\ &= 3 \end{aligned}$$

(背理法を使った証明)  $\sqrt{2}$  は無理数である。ここで  $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$  は有理数か無理数のどちらかである。これが有理数なら題意は示された。一方、これが無理数だった場合は  $a = \sqrt{2}^{\sqrt{2}}, b = \sqrt{2}$  として

$$\begin{aligned} a^b &= (\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2}^{(\sqrt{2}\sqrt{2})} \\ &= \sqrt{2}^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$