

数学共通

(理学部用)

注意事項

試験開始の合図があるまでは、この冊子を開いてはいけない。

- この冊子の本文は3ページである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
- 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

- 解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
- この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
- この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1

n を自然数とする. 赤玉 3 個と白玉 4 個を一つの袋に入れ, 一つ取り出し元に戻す試行を繰り返す. このとき

- ・ 1 回目はどちらの色の玉でも 1 点
- ・ 2 回目以降は一つ前の試行と同じ色の玉を引いた場合は 2 点, 異なる色の玉を引いた場合は 1 点

というルールで試行 1 回あたりの得点を決め, n 回試行を繰り返して合計得点を考える. 袋の中のどの玉を取り出す確率も等しいものとして以下の問いに答えよ.

(1) $n = 3$ とする. 1 回目の試行で赤玉が出たとき, 合計得点が 5 点となる確率を求めよ.

(2) n 回の試行の合計得点が k となる確率を $P_{n,k}$ で表すことにする. このとき, $P_{n,n}, P_{n,2n-1}, P_{n,2n-2}$ を求めよ.

2

(1) 次のように定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

$$a_1 = 8, \quad a_{n+1} = 4a_n - 9 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(2) 自然数の列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 3a_n^3 + 7 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める. この列の項 a_n を 5 で割ったときの余りはつねに 4 となることを示せ.

(3) 自然数の列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = 9a_n^2 + a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める. この列の各項 a_n を 4 で割ったときの余りを求めよ.

3 a を実数とし、曲線 $y = \sqrt{x+1}$ を C_1 、曲線 $y = e^{ax}$ を C_2 とおく。 C_1 と C_2 は 2 点で交わり、これらの交点の x 座標はそれぞれ 0 と 3 である。このとき C_1 、 C_2 で囲まれた部分を D とおく。ただし、 D は境界も含むものとする。

(1) a の値を求めよ。

(2) D の面積を求めよ。

(3) (x, y) が D 内を動くとき、 $15y - 7x$ のとり得る値の範囲を求めよ。

ただし、必要なら自然対数の値に関する不等式 $0.69 < \log 2 < 0.7$ を用いてもよい。