

令和6年度入学試験問題

数学・物理・化学・生物

注意事項

試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。

1. 数学科、化学科、生物学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の○印の問題、及び出願時に選択した問題（○印の科目から1科目）をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

物理学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の○印の問題をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

情報科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題（○印の科目から2科目）をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

食物栄養学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題（○印の科目から1科目）をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

人間環境工学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題（○印の科目から2科目）をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

問題選択一覧表

（○印：必須科目、□印：選択科目）

学 科 名		数 学 専門Ⓐ	数学Ⓑ	物理Ⓐ	物理Ⓑ	化学Ⓐ	化学Ⓑ	生物Ⓐ	生物Ⓑ
理 学 部	数 学 科	○			○		○		○
	物 理 学 科		○	○	○				
	化 学 学 科				○	○	○		○
	生 物 学 科				○		○	○	○
	情 報 科 学 科		○		○		○		○
生活科学部	食物栄養学科				○		○		○
共創工学部	人間環境工学科		○		○		○		○

2. この冊子の本文は35ページまである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出ること。

3. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

4. この問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

数 学 専 門 (A)

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。

1 k を正の実数とする。 a を実数として、

$$f(x) = kx^2 + a, \quad g(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$$

とおく。「実数全体で定義された二つの関数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフが 1 点のみを共有する」という条件 ♠ を考える。

(1) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 θ について $g(\tan \theta) = \theta$ を示せ。

(2) どの正の実数 k に対しても、条件 ♠ を満たす実数 a がただ一つだけ存在することを示せ。またこの a を k の関数とみなすとき、極限 $\lim_{k \rightarrow +0} a$ を求めよ。

(3) $k = \frac{1}{4}$ とするとき、条件 ♠ を満たす a の値を求め、この a について $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフと y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

2 n を 0 以上の整数とする. 関係式

$$f_0(x) = 0, \quad f_1(x) = 1, \quad f_{n+2}(x) - xf_{n+1}(x) + f_n(x) = 0$$

によって x の整式 $f_0(x), f_1(x), \dots$ を定める.

(1) 0 でない複素数 z に対して

$$g_n(z) = f_{n+1}\left(z + \frac{1}{z}\right) - zf_n\left(z + \frac{1}{z}\right),$$

$$h_n(z) = f_{n+1}\left(z + \frac{1}{z}\right) - \frac{1}{z}f_n\left(z + \frac{1}{z}\right)$$

とおくとき,

$$g_{n+1}(z) = \frac{1}{z}g_n(z), \quad h_{n+1}(z) = zh_n(z)$$

が成り立つことを示せ.

(2) z を 0 でない複素数とするとき, n と z を用いて $f_n\left(z + \frac{1}{z}\right)$ を表せ.

(3) $\sin \theta \neq 0$ を満たす実数 θ について

$$f_n(2 \cos \theta) = \frac{\sin n\theta}{\sin \theta}$$

を示せ.

(4) $f_{2024}(\sqrt{3}), f_{2024}(-2)$ の値を求めよ.

3

関数 $y = x^2$ のグラフを Γ とする.

(1) $O(0, 0)$ を原点とする. O とは異なる Γ 上の 2 点 P, Q で $\triangle OPQ$ が正三角形となるものを一組挙げよ.

(2) $0 < a < b$ とする. Γ 上の 2 点 $A(a, a^2), B(b, b^2)$ を通る直線と x 軸がなす角を θ とするとき, a, b を用いて $\tan \theta$ を表せ. ただし, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする.

(3) $a > 0$ とする. Γ 上の 3 点 $A(a, a^2), B(b, b^2), C(c, c^2)$ が条件

$$c < a < b, \quad \frac{1}{\sqrt{3}} < a + b, \quad \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

を満たしているとき, a, b を用いて c を表せ.

(4) 座標平面上の 2 点 P, Q の距離を \overline{PQ} で表す. 与えられた $A(a, a^2)$ ($a > 0$) に対して, (3) の条件に加えて $\overline{AB} < \overline{AC}$ を満たす $B(b, b^2), C(c, c^2)$ が存在することを示せ.

(5) Γ 上のどの点 A に対しても A とは異なる Γ 上の 2 点 B, C で $\triangle ABC$ が正三角形となるものが存在することを示せ.

数 学 (B)

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。

1 k を正の実数とする。 a を実数として、

$$f(x) = kx^2 + a, \quad g(x) = \int_0^x \frac{dt}{1 + t^2}$$

とおく。「実数全体で定義された二つの関数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフが 1 点のみを共有する」という条件 ♠ を考える。

(1) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 θ について $g(\tan \theta) = \theta$ を示せ。

(2) どの正の実数 k に対しても、条件 ♠ を満たす実数 a がただ一つだけ存在することを示せ。またこの a を k の関数とみなすとき、極限 $\lim_{k \rightarrow +0} a$ を求めよ。

(3) $k = \frac{1}{4}$ とするとき、条件 ♠ を満たす a の値を求め、この a について $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフと y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

2 n を 0 以上の整数とする. 関係式

$$f_0(x) = 0, \quad f_1(x) = 1, \quad f_{n+2}(x) - xf_{n+1}(x) + f_n(x) = 0$$

によって x の整式 $f_0(x), f_1(x), \dots$ を定める.

(1) 0 でない複素数 z に対して

$$g_n(z) = f_{n+1}\left(z + \frac{1}{z}\right) - zf_n\left(z + \frac{1}{z}\right),$$

$$h_n(z) = f_{n+1}\left(z + \frac{1}{z}\right) - \frac{1}{z}f_n\left(z + \frac{1}{z}\right)$$

とおくとき,

$$g_{n+1}(z) = \frac{1}{z}g_n(z), \quad h_{n+1}(z) = zh_n(z)$$

が成り立つことを示せ.

(2) z を 0 でない複素数とするとき, n と z を用いて $f_n\left(z + \frac{1}{z}\right)$ を表せ.

(3) $\sin \theta \neq 0$ を満たす実数 θ について

$$f_n(2 \cos \theta) = \frac{\sin n\theta}{\sin \theta}$$

を示せ.

(4) $f_{2024}(\sqrt{3}), f_{2024}(-2)$ の値を求めよ.

物 理 (A)

- ・解答は答案用紙に書くこと。
- ・答案には、結果の式や数値のみでなく、導出方法も記述せよ。たとえ試験時間内に結果が完全に得られない場合でも、考え方の筋道や方針を記述せよ。

1

図 1 では、摩擦のない水平面に銅板が置かれ、その上に接触しないように磁石を配置している。簡単のため、銅板および磁石は x 方向にのみ動けるものとする。磁石を x の正方向に移動させたところ、銅板も動き出した。この現象を電磁誘導をもとに考えよう。

図 2 は、図 1 を上から見たものであり、磁石両側の点線のループは、電磁誘導により銅板に発生した誘導電流を模式的に示している。

(1) このループに、誘導電流の向きを書き加えたものを図示せよ。磁石による磁場は、図 2 のループを紙面の表から裏に貫くとしてよい。

(2) 誘導電流の発生に伴い、銅板は磁石の磁場から力を受け移動する。移動の向きは、 x の正方向か負方向か、理由も含めて答えよ。

誘導モーターはこの現象を基礎としている。その原理を考えていこう。図 3 では、2組のコイル L_1-L_1' , L_2-L_2' を空間的に直交して配置し、各々の中心軸を x , y 軸、交差点を原点 O としている。モーターの回転子として、銅板を筒状に丸めたような、側面が銅製の円筒を設置する。回転子は、原点 O を通り $x-y$ 平面上に垂直な回転軸をもつ。コイルから発生する磁束密度は、回転子のある領域では空間的に一様とする。

2組のコイルに交流電流を流し、磁束密度 $\vec{B} = (B_x, B_y) = (B_0 \cos \omega t, B_0 \sin \omega t)$ が発生できたとする。 B_0 は定数、 ω は角周波数、 t は時刻である。

- (3) このとき磁束密度ベクトルは回転している。横軸 B_x , 縦軸 B_y として \vec{B} の先端が描く軌跡を、ベクトルの回転方向を加えて図示せよ。
- (4) 回転子の回転方向は、図 3において時計回りか反時計回りか、理由も含めて答えよ。
- (5) モーターとして実際に仕事をさせることを考えよう。この場合、回転子の回転角周波数は ω と一致せず、 ω より小さいときにのみ仕事をするであろう。電磁誘導をもとに、その理由を説明せよ。

最後に、回転磁場を作る交流回路を考えていこう。以下では、交流電圧を印加して十分時間が経ったときを考える。

- (6) ①電気抵抗（抵抗値 R ）、②コンデンサー（電気容量 C ）、③コイル（インダクタンス L ）に、交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ を別々に印加したとき、各々に流れれる交流電流 I を式で表せ。なお、②では $I = C \Delta V / \Delta t$ 、③では $V = L \Delta I / \Delta t$ の関係があることを参考にしてもよい。 $\Delta V(\Delta I)$ は微小時間 Δt の間の $V(I)$ の変化である。

図 4 は、図 3 のモーターに交流電源をつなげた回路図である。簡単のため、2 組のコイルのリアクタンスは無視し、a-b 間、c-d 間はただの導線とみなしてよい。交流電源は、角周波数 ω の交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ を回路に印加する。

- (7) 図 4 の点線で囲まれた素子 1, 2 は、電気抵抗、コンデンサー、コイル (L_1 などとは別) のいずれかである。各素子に流れる電流 I_1, I_2 に対し、磁束密度は $\vec{B} = (lI_1, lI_2)$ ($l > 0$) で与えられる。 \vec{B} が問(3)の回転方向となる素子の組み合わせを 1 つ示せ。

(8) 各素子のインピーダンスは問(6)と同じとする。ここで、問(3)の磁束密度は、 B_x と B_y の最大値が等しい。このことから、問(7)で答えた組み合わせについて、 R , C , L , ω の間の関係式を示せ。

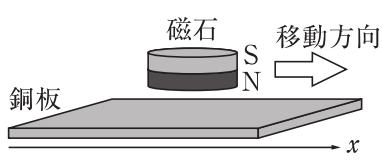


図 1

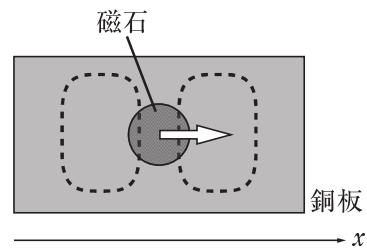


図 2

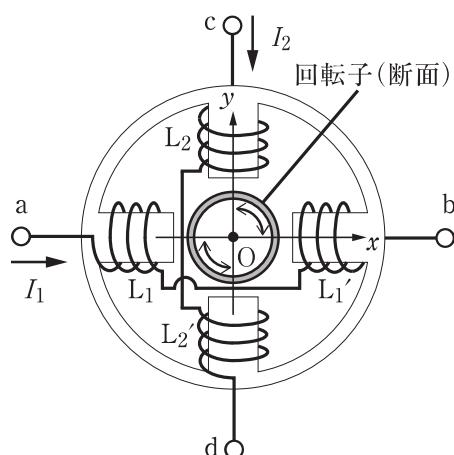


図 3

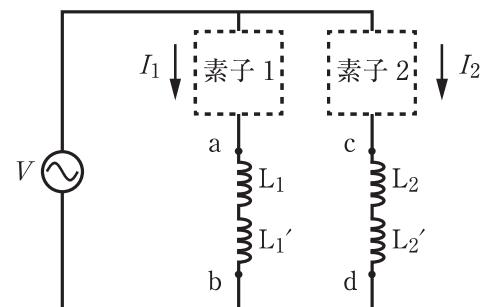


図 4

2

x 軸の正の向きに伝わる正弦波は

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

で表される。 y は媒質の変位, A は振幅, t は時刻, T は周期, x は媒質の位置, λ は波長である。

- (1) $t = 0$ で, $x > 0$ の範囲で y が最大となる x のうち, もっとも小さな x を求めよ。
- (2) 問(1)で求めた y が最大となる位置は時間とともに移動する。横軸 t , 縦軸 x として最大となる位置をグラフに表せ。グラフは概略図でよい。
- (3) 問(2)のグラフより, この波の速度を求めよ。

次に, 振幅が同じで, 周期および波長がわずかに異なる同じ方向に進む2つの波を重ね合わせた波

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_1} - \frac{x}{\lambda_1} \right) + A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_2} - \frac{x}{\lambda_2} \right) \quad (\text{A})$$

を考える。 T_1, T_2 はそれぞれの波の周期, λ_1, λ_2 は波長である。以下では $T_1 > T_2, \lambda_1 > \lambda_2$ とし, T_1 と T_2 の差, および, λ_1 と λ_2 の差は小さいとする。

- (4) $x = 0$ の位置で波を観測するうなりが観測された。このうなりの周期を T_1, T_2 を用いて表せ。また, その導出方法も示せ。うなり1周期の時間の間に, 周期 T_1, T_2 の波が振動する回数を考え, その差が1となることを使ってもよい。
- (5) $t = 0$ で横軸 x , 縦軸 y としてグラフを描くと波がうなる様子が描けた。このうなりの波長を λ_1, λ_2 を用いて表せ。また, そのように表せる理由も述べよ。

(A) 式を $y = A \sin \theta_1 + A \sin \theta_2$ と書いた場合, θ_1, θ_2 をそれぞれの波の位相という。位相の差 $\theta_1 - \theta_2$ が π の偶数倍のとき, 2つの波は強め合い, 位相の差が π の奇数倍のとき, 2つの波は弱め合い, $y = 0$ となる。

(6) $x = 0$ の位置において, 2つの波が弱め合い $y = 0$ となる時刻を求めよ。解答は位相の差が π の場合だけでよい。

(7) 任意の x の位置において, 2つの波が弱め合い $y = 0$ となる時刻を求めよ。これも解答は位相の差が π の場合だけでよい。

(8) 問(7)で求めた 2つの波が弱め合い $y = 0$ となる時刻と位置の関係を, 横軸を時刻, 縦軸を位置としてグラフに表し, これより, うなりにおける弱め合う位置が進む速度を求めよ。グラフは概略図でよい。

物 理 (B)

- ・解答は答案用紙に書くこと。
- ・答案には、結果の式や数値のみでなく、導出方法も記述せよ。たとえ試験時間内に結果が完全に得られない場合でも、考え方の筋道や方針を記述せよ。

1

駅で停止していた電車が動き始めてから 25 秒で、時速 72 km まで加速した。
このとき、電車は等加速度運動を行ったと仮定する。

- (1) 時速 72 km を秒速で表せ。
- (2) 加速する電車の加速度の大きさ α [m/s^2] を求めよ。
- (3) 加速度運動する電車の車内では、慣性力が作用する。車内で立っている人の重心に作用する重力と慣性力の合力の力線が鉛直となす角度を θ [rad] と表す。加速度 α と重力加速度 g [m/s^2] を用いて、 $\tan \theta$ を表す式を求めよ。
- (4) 問(3)の角度 θ は何度になるか概算せよ。有効数字は 1 術で良い。簡単のため、重力加速度 g は $g = 10 \text{ m}/\text{s}^2$ とせよ。ただし、 x [rad] の値が十分に小さいとき、 $\tan x \approx x$ の近似式が成り立つものとする。
- (5) 車内で人が吊革や手すり等につかまらずに、両肩をつなぐ幅方向が電車の進行方向と平行な向きですべらずに直立したとき、電車が等加速度で加速するときに倒れない限界の角度 θ_c を表す式を求めよ。ただし、車内で直立する人のおよその体形を、密度が均一な高さ 160 cm 幅 40 cm 厚み 25 cm の直方体で表すことができると仮定する。

- (6) 等加速度 α で加速する車内において、質量 $M[\text{kg}]$ の人に作用する重力と慣性力の合力の大きさを $M\beta [\text{N}]$ と表すとき、加速度 β を加速度 α と重力加速度 g を用いて表せ。
- (7) 等加速度 α で加速する車内において、長さ $\ell [\text{m}]$ の単振子を振動させた。このとき、周期 $T[\text{s}]$ を加速度 α と重力加速度 g を用いて数式で表せ。ただし、地上において、長さ ℓ の単振子の角振動数 ω が $\omega = \sqrt{g/\ell}$ であることは既知としてよい。
- (8) 静止していた電車が 25 秒間で時速 180 km に等加速度で加速するとき、車内の振り子の周期は、地上で静止する場合と比較して何パーセント短くなるか、有効数字 1 桁で概算せよ。ここで、任意の実数 c と微小数 ϵ に対して、 $(1 + \epsilon)^c \doteq 1 + c\epsilon$ の近似が成り立つものとする。

2

断熱壁で囲まれたシリンダーの中に物質量 n [mol] の 2 原子分子の理想気体が閉じ込められている。理想気体の温度を T [K] とするとき、内部エネルギー U [J] は次式で与えられる。

$$U = \frac{5}{2} nRT$$

ここで R [J/(K · mol)] は気体定数を表す。

- (1) 断熱膨張によって理想気体の温度が下がることを、熱力学の原理に基づいて説明せよ。
- (2) シリンダー内の理想気体の体積を V [m³]、圧力を P [Pa]、温度を T とする。気体の体積が微小量 ΔV だけ断熱的に膨張するとき、理想気体に生じる温度変化を ΔT とする。このとき、温度変化と温度の比 $\Delta T/T$ を、体積変化と体積の比 $\Delta V/V$ を用いて表せ。
- (3) 微小変化により、シリンダー内の理想気体の体積は $V+\Delta V$ 、圧力は $P+\Delta P$ 、温度は $T+\Delta T$ に変化した。このとき $V+\Delta V$ 、 $P+\Delta P$ と $T+\Delta T$ は、理想気体の状態方程式を満たす。

$$(P+\Delta P)(V+\Delta V) = nR(T+\Delta T)$$

$PV=nRT$ を用いて、次式が導かれる事を示せ。

$$P\Delta V + V\Delta P = nR\Delta T$$

ただし、変化量 ΔV と ΔP は非常に小さく、その積 $\Delta V\Delta P$ の項を無視できる。

- (4) 次式を導け。

$$\Delta V/V + \Delta P/P = \Delta T/T$$

- (5) 問(2)の結果を上式に代入して、 $\Delta V/V$ を $\Delta P/P$ を用いて表せ。

(6) 大気中で空気の塊が 1 km 上昇すると、およそ 1×10^4 Pa だけ圧力が下がるという。この過程が断熱膨張の場合、地上に存在する 1 気圧で温度 $T = 300$ K の空気の塊が 1 km 上昇したとき、温度は何度下がることになるか、計算せよ。有効数字は 1 桁で良い。

ただし、空気を構成する分子の約 80 パーセントは窒素分子、約 20 パーセントが酸素分子であると仮定する。すなわち本問では、大気中の分子はほぼ全て 2 原子分子で構成されていると仮定する。また、簡単のため、1 気圧は 1×10^5 Pa とせよ。

(7) 実は大気中の 1 パーセントはアルゴンであり、これは単原子分子である。单原子分子理想気体の内部エネルギーは、次式で与えられる。

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

すなわち、定積モル比熱は $3R/2$ [J/(K · mol)] である。ここで、アルゴン 100 パーセントの気体が存在すると仮定してみよう。地上において 1 気圧で温度 300 K のアルゴン 100 パーセントの気体が断熱変化で 1 km 上昇したとき、窒素 100 パーセントの気体よりも温度が上がるか下がるか、理由とともに答えよ。

化 学 (A)

- 解答は答案用紙の所定の欄に記入せよ。
- 問題を解くにあたり、必要な場合には次の値を用いよ。

気体定数 $R = 8.3 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{L} / (\text{K} \cdot \text{mol})$

原子量 H 1.0 C 12 N 14 O 16 Al 27 S 32 Ag 108 Au 197

ファラデー定数 $F = 9.6 \times 10^4 \text{ C/mol}$

1

金属の精錬に関する下記の文章 A および B を読み、下記の問い合わせに答えよ。

A. アルミニウムは、 Al_2O_3 を主成分とし Fe_2O_3 や SiO_2 を含む鉱石を原料として
(a) 精錬される。この鉱石は粉碎されたのち、濃 NaOH 水溶液で処理され、ろ過さ
れる。(b) ロ液を水で希釈すると、水酸化アルミニウムが沈殿する。これを加熱
することで Al_2O_3 が得られる。(c) Al_2O_3 を約 1000°C において 氷晶石 (Na_3AlF_6)
に少量ずつ加えながら炭素電極を用いて融解塩電解することで、アルミニウム
を得る。

問 1 下線(a)の鉱石の名称を答えよ。

問 2 下線(b)により鉱石中のアルミニウムのみが溶解する。 Al_2O_3 が溶解する化
学反応式を書け。また、なぜ鉄とアルミニウムを分離できるのか説明せよ。

問 3 下線(c)において、なぜ水で希釈するのか、水酸化アルミニウムが沈殿する
化学反応式を書き、その理由を説明せよ。

問 4 下線(d)において、氷晶石を用いるのはなぜか、その理由を説明せよ。

問 5 下線(d)において、陽極では 2 種類の気体が発生する。陽極で起こる反応を、
電子を含むイオン反応式(半反応式)で表せ。

B. 金鉱石は、多くの場合、硫化銀を主とした銀鉱物を伴って採掘される。金鉱石から金および銀を取り出す方法の一つとして、青化法がある。ここでは金および硫化銀を含む鉱石から、青化法で金と銀を取り出すことを考える（図1）。まず粉碎した金鉱石から、塩基性のシアン化カリウム溶液により金および銀をシアン化物イオンとの錯イオンとして溶解して取り出す。この反応には酸素が必要であり、銀の回収率および純度を高めるために酢酸鉛が加えられる。得られた溶液は酸素を除去した上で、^(f) 亜鉛を加えて金および銀を沈殿させ、^(g) 青金と呼ばれる金と銀からなる合金を得る。このような金銀合金を分離する方法としては、酸分銀法と電解精錬が知られている。前者は、硝酸には銀が溶解する一方、金は溶けないことを利用した方法である。このような酸分銀法は、精製度合いが電解精錬に劣るため現在では用いられていない。金および銀の電解精錬では、^(h) 青金を陽極、純銀を陰極として硝酸銀水溶液中で適切な電圧で電流を流すことで、高純度の銀を得る。ここで得られた陽極泥は、再び電極に成形される。この電極を陽極に、純金を陰極に用い、同様に電解精錬することで高純度の金が得られる。

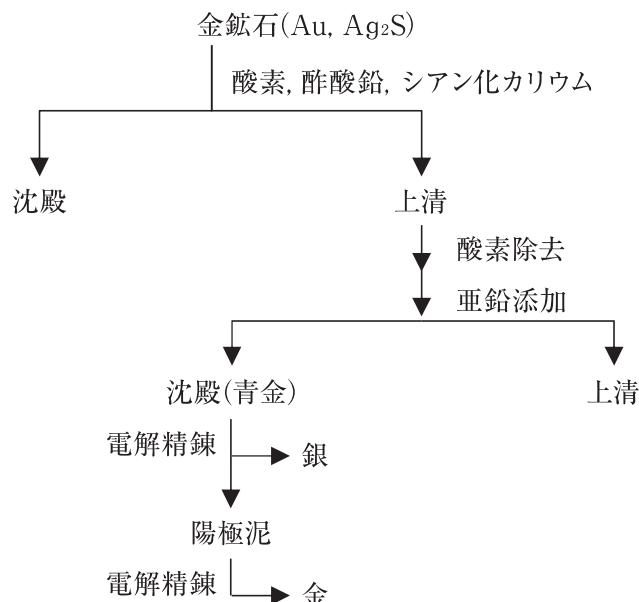


図1 金鉱石から金と銀を青化法により精錬する流れ

問 6 下線 (e)において、金鉱石中の金は $[\text{Au}(\text{CN})_2]^-$ で表される錯イオンとして溶解する。酸化剤となる酸素は水酸化物イオンへ還元されるとして、金がシアン化カリウムに溶解する化学反応式を書け。化学反応式を導く過程がわかるように、途中経過も半反応式を用いて説明せよ。

問 7 下線 (e)において、金鉱石に含まれていた硫化銀もまたシアン化物イオンにより錯イオンとして溶解する。硫化銀がシアン化カリウム水溶液に溶解する反応の化学反応式を書け。

問 8 下線 (f) の酢酸鉛には、銀の回収率を向上させる効果がある。その理由を問 7 の化学反応が平衡反応であることを踏まえて説明せよ。

問 9 下線 (g) の操作により青金を取り出す際、下線 (f) の酢酸鉛を用いない場合は純度が低下する。混入する可能性がある不純物が何であるか分かるように、純度が低下する理由を説明せよ。

問 10 下線 (h) の銀の電解精錬において、青金を陽極に用いて $2.6 \times 10^6 \text{ C}$ の電気量を流したところ、陽極の質量は 3000 g 減少した。青金に含まれていた金の質量は何 % であったか。計算過程とともに答えよ。ただし、用いた青金は金および銀以外の成分を含まないこと、青金中に金と銀は均一に分布していること、および、硝酸銀水溶液中の銀の濃度が変化していないことを仮定してよい。

2

次の文章を読み、下記の問い合わせに答えよ。

乳酸はトウモロコシなどの再生可能な植物資源から得られる分子式 $C_3H_6O_3$ の化合物である。乳酸を脱水縮合して（ア）結合で連結したポリ乳酸は、微生物などによって分解される（イ）高分子として知られている。また、ポリ乳酸は、加熱するとやわらかくなり、冷却すると再び固くなる（ウ）樹脂である。しかし、単純な加熱による脱水縮合では高分子量のポリ乳酸が合成できないため、実際の合成では、乳酸2分子から2分子の水が脱水した環状化合物であるラクチドを合成してから、その重合を行っている。

ジカルボン酸の（エ）と二価アルコールの（オ）とが分子間で脱水縮合し、（ア）結合で連結するとポリ（ア）であるポリエチレンテレフタラート（PET）が得られる。

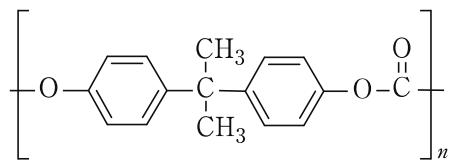
ここに、構造が分からぬるポリ（ア）であるポリマーAがある。これを完全に加水分解したところ、ジカルボン酸Bと二価アルコールCが得られた。化合物B、Cについては次のことが分かっている。

分子式 $C_{11}H_{12}O_4$ で不斉炭素を持つ化合物Dがある。これをアミンEと脱水縮合すると化合物Fが得られる。アミンEは無水酢酸と作用させるとアセトアニリドが得られる。また、化合物Dを加水分解すると、化合物Gと酢酸が生成する。この化合物Gは、乳酸と同様にGのみで縮合重合することができる。さらに、化合物Gをおだやかに酸化し、化合物Hに変換した。化合物Hはアンモニア性硝酸銀水溶液と温めると銀が析出した。化合物Hをさらに酸化すると、芳香環を有するジカルボン酸Bが得られる。

化合物Cの質量組成は、炭素49%、水素8%、酸素43%で、分子量は100以下である。また、二重結合はもたず、不斉炭素を有する。

- 問1 (ア)から(オ)に適切な語句を入れよ。
- 問2 乳酸, ラクチドの構造式を書け。ただし, 立体異性体は区別しない。
- 問3 分子量 882 のポリ乳酸の中にはいくつの不斉炭素があるか答えよ。計算過程も示せ。
- 問4 化合物 B から D, F から H の構造式をそれぞれ書け。ただし, 立体異性体は区別しない。
- 問5 下線部の反応を何というか答えよ。
- 問6 化合物 E から H の中で不斉炭素を有するものはどれか。全て答えよ。
- 問7 100 mg の A を適当な溶媒に溶かして 10 mL の溶液とし, 300 K で浸透圧を測定したところ, 5.0×10^3 Pa であった。ポリマー A の構造を下の例にならって記せ。またその分子量, 重合度を求めよ。計算過程も示せ。ただし, A は電離も会合もしないとする。

例



化 学 (B)

1. 解答は答案用紙の所定の欄に記入せよ。
2. 問題を解くにあたり、必要な場合には次の値を用いよ。

気体定数 $R = 8.3 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{L} / (\text{K} \cdot \text{mol})$

原子量 H 1.0 C 12 N 14 O 16 P 31 S 32 I 127

1 次の文章を読み、下記の問い合わせに答えよ。

互いに反応しない 2 種の気体 A, B を混合する。このとき、それぞれの気体の物質量を $n_A [\text{mol}]$, $n_B [\text{mol}]$ とすると、A の気体のモル分率は（ア）となる。また、混合気体の全圧は、その成分気体の（イ）の和に等しい。

気体の状態方程式に厳密に従う気体を理想気体という。 $n [\text{mol}]$ の理想気体では、圧力 $P [\text{Pa}]$, 体積 $V [\text{L}]$, 温度 $T [\text{K}]$ のとき、 $PV/(RT)$ の値は（ウ）となる。しかし、ヘリウムやメタン、二酸化炭素などの実在気体については、 T 一定のもとで P を変えながら V を測定すると、 $PV/(RT)$ の値は（ウ）とはならない。これは、実在気体では（エ）が働き、また、分子自身の（オ）の影響があるためである。

問 1 文章中の空欄（ア）～（オ）に当てはまる式、または語句を答えよ。

問 2 空気を窒素と酸素がそれぞれ 80%, 20% の物質量比で混合した理想気体とする。7.2 g の空気を 2.0 L の容器に入れ、300 K に保った。このときの容器内の全圧を求めよ。計算過程も示せ。

問3 一酸化炭素 0.50 mol と酸素 0.30 mol を 10 L の容器に入れ、300 K とした。

この混合気体を完全燃焼させたのち、再び 300 K にした。一酸化炭素と酸素の完全燃焼の化学反応式を示し、反応後容器内に残っているすべての気体の物質量を記せ。計算過程も示せ。

問4 一酸化炭素、硫化水素、メタン、アンモニア、プロパンの 5 種類の気体について、これらが理想気体であるとしたとき、同温・同圧において密度が小さい順に並べるとともに、その順番になる理由を記述せよ。

問5 (エ) は高温のとき、(オ) は低圧のときにそれぞれの影響を無視できるようになる。無視できると考えられる理由について、(エ) と (オ) それぞれの場合について記述せよ。

問6 ある実在気体はファンデルワールスの状態方程式

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2} \right) (V - bn) = nRT$$

に従い、 $a = 2.0 \times 10^5 \text{ Pa}\cdot\text{L}^2/\text{mol}^2$ 、 $b = 4.0 \times 10^{-2} \text{ L/mol}$ とする。この気体 1.0 mol を 1.0 L の容器に閉じ込めて 300 K にしたときの圧力 P を求めよ。また理想気体と比べたとき、どちらがどれだけ大きいかを示せ。計算過程も示せ。

問7 理想気体 1.0 mol および問6で示した実在気体 1.0 mol をそれぞれ 1.0 L の容器に閉じ込めたとき、それぞれの場合について 100 K ~ 400 K の範囲で横軸 T - 縦軸 P のグラフを描け。

2

次の文章を読み、下記の問い合わせに答えよ。

タンパク質はアミノ酸がペプチド結合でつながった高分子化合物（ポリペプチド）である。天然のタンパク質は α -アミノ酸 ($R-CH(NH_2)COOH$) のみが繋がったポリペプチドで、図1に部分構造を示す。Rは水素や種々の置換基で、表1に天然のタンパク質に含まれる α -アミノ酸の例を示す。グリシン以外の α -アミノ酸は不斉炭素原子があり、D型とL型の鏡像異性体が存在するが、天然のタンパク質に含まれる α -アミノ酸は、通常はすべてL型である。

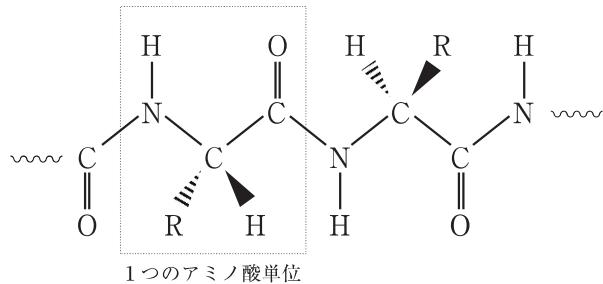


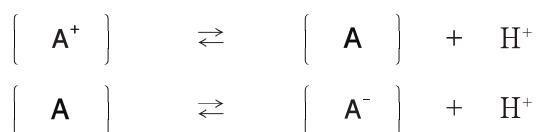
図1 ポリペプチド鎖の部分構造

◀の記号は紙面の手前に、⇨の記号は紙面の奥に伸びていることを示す。

表1 α -アミノ酸の名称と置換基Rの構造

名称	R
グリシン	-H
セリン	-CH ₂ OH
グルタミン	-CH ₂ CH ₂ CONH ₂
リシン	-CH ₂ CH ₂ CH ₂ CH ₂ NH ₂
アスパラギン酸	-CH ₂ COOH

問1 水溶液中でアミノ酸は陽イオン型 A^+ 、双性イオン型 A、陰イオン型 A^- の電離状態で共存しており、 $[A^+] = [A^-]$ の時の水溶液の pH を等電点という。セリンは水溶液中では以下のようない電離平衡の関係にある。



$$K_1 = ([\mathbf{A}][\mathbf{H}^+]) / [\mathbf{A}^+] = 1.0 \times 10^{-22} \text{ mol/L}$$

$$K_2 = ([\mathbf{A}^-][\mathbf{H}^+]) / [\mathbf{A}] = 1.0 \times 10^{-9.2} \text{ mol/L}$$

セリンの陽イオン型 \mathbf{A}^+ , 双性イオン型 \mathbf{A} , 陰イオン型 \mathbf{A}^- を示性式で書け。

問2 セリンの等電点を求めよ。計算過程も示せ。

問3 グリシン, グルタミン, リシン, アスパラギン酸を pH7.0 の緩衝液に溶かした水溶液を作製した。これをガラス管に入れて両端に電極をつなぎ、直流電圧をかけ、電気泳動を行った。この時、陽極側に移動するアミノ酸はどれか。複数ある場合はすべて答えよ。ただし、4種類のアミノ酸の等電点は 2.8, 5.7, 6.0, 9.8 のいずれかである。

問4 カルボキシ基が一つ結合している炭素原子のとなりの炭素原子にアミノ基が結合したアミノ酸も存在する。グリシン, リシン, アスパラギン酸について考えた場合、そのような異性体があるアミノ酸はどれか。複数ある場合は全て答えよ。ただし、鏡像異性体は考えなくて良い。

問5 D型アミノ酸を図2で示す場合、-H, -NH₂, -R はア～ウのどこに結合しているか。答えよ。

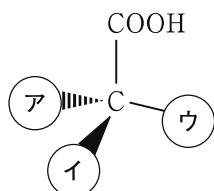


図2 D型アミノ酸の構造

タンパク質を水に溶解すると、水分子がタンパク質の表面に結合し、安定に分散した微粒子として溶液になる。この溶液に強い光線を当てると、溶液中に光の透過する線が輝いて見える。また、顕微鏡でタンパク質粒子を拡大して観察すると、不規則に動いているのが見える。

問6 下線 (エ) ~ (カ) に関して以下の間に答えよ。

- (エ) この溶液の名称を答えよ。
- (オ) この現象は何か。名称と起こる理由を答えよ。
- (カ) この挙動は何か。名称と起こる理由を答えよ。

グリセリンに2分子の脂肪酸 ($R'-COOH$, $R''-COOH$), リン酸, セリンが脱水縮合した化合物はホスファチジルセリンと呼ばれ、細胞に多く含まれる脂質の一種である(図3)。脂肪酸は飽和脂肪酸と不飽和脂肪酸の場合があるが、 $C \equiv C$ 結合はない。

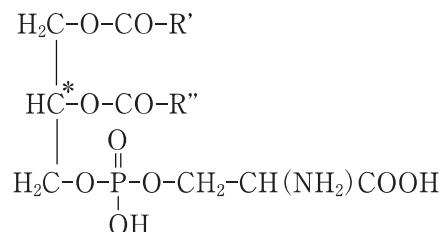


図3 ホスファチジルセリンの構造
 R' , R'' は炭化水素鎖である。

問7 分子量729のホスファチジルセリン 1.00 g に、*の炭素原子に結合した脂肪酸だけを加水分解して遊離する酵素を作用させたところ、0.343 g の脂肪酸が得られた。この脂肪酸にヨウ素 I_2 を反応させたところ、1.05 g のヨウ素が消費された。反応は全て完全に進行したとして考え、この脂肪酸の分子量、 $C=C$ 結合の数、炭素数を答えよ。計算過程を示し、分子量の数値計算は3桁で行うこと。

生 物 (A)

(解答は答案用紙の所定欄に記載せよ)

- 1 次の文を読み、問1～5に答えよ。

動物の発生では、まず、受精卵が卵割して細胞の数が増える。やがて、胚の表面の細胞は、お互いに密着して上皮組織となる。その後、細胞の形が変わったり、細胞が動いたりすることで原腸形成などの形態形成が始まる。ウニの胚は、細胞が一層に並んだ上皮組織の壁からできている。原腸形成の前に、植物^(ア)極側の一部の細胞が、この壁から離れ、卵割腔の中に入り、一個ずつ卵割腔の中を動きまわるようになる。一般に、細胞が上皮組織を離れてばらばらに体の中へ入っていくことを移入と呼ぶ。

細胞の分化にもいろいろな遺伝子がはたらいている。遺伝子の機能は、突然変異によって機能を失った個体の形質からわかつたが、現在は、DNAを改変^(イ)しなくとも、標的とする遺伝子のみの翻訳を阻害する方法で調べることができる。

ショウジョウバエの原腸形成では、腹側の中胚葉になる部分が内部に入り込んで正中線に沿った溝をつくる。この部分では上皮の構造を保ったまま、それ^(ウ)ぞれの細胞が形を変えることで、内部へと溝状に陷入する。形を変えた細胞ではその一部が収縮しており、収縮する部分にはミオシンが集合していた。

問 1 カエルの原腸形成が始まった直後の予定運命図（原基分布図）を図 1 に、尾芽胚の形態を図 2 に示す。原腸形成が終わった時の胚の表面に残った組織とその範囲について、図 3 の選択肢の中から最も適当なものを一つ選んで解答欄の図に書き写し、組織の名前を示せ。なお、図 1 と図 3 は胚を同じ側から見たものとする。

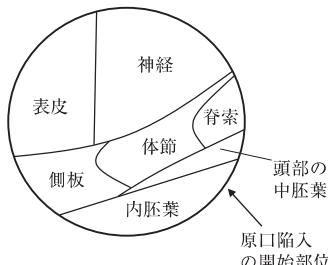


図 1

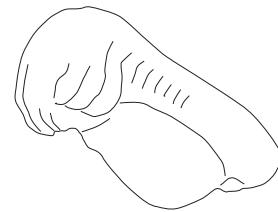


図 2

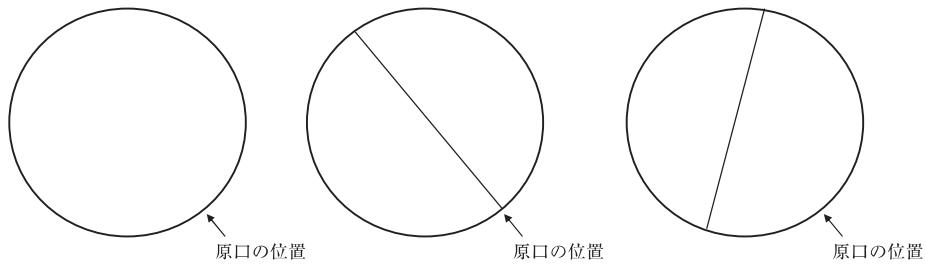


図 3

問 2 下線部(ア)のように、移入によって上皮組織を離れる細胞で起こっている変化について、その細胞から失われる構造や減少するタンパク質の名前をあげて説明せよ。

問3 下線部(ア)における移入によって上皮組織を離れる細胞では、実際に移入が始まる前から、遺伝子 A と遺伝子 B が発現している。これらはともに転写因子をコードしている。下線部(イ)の方法で、それぞれの遺伝子の翻訳を阻害すると、どちらの胚においても移入する細胞があらわれなかつた。このとき、遺伝子 A の翻訳を阻害した胚には遺伝子 B がコードするタンパク質は検出されなかつたが、遺伝子 B の翻訳を阻害した胚には遺伝子 A がコードするタンパク質が検出された。この実験の結果から考えられる遺伝子 A と遺伝子 B のはたらきについて説明せよ。さらに、遺伝子 A と遺伝子 B はお互いの発現にどのようにかかわっていると考えられるか説明せよ。

問4 動物の発生の初期に重要なはたらきをするタンパク質について、下線部(イ)の方法でそのタンパク質をコードしている遺伝子の翻訳を阻害しても、発生初期の胚では、正常に発生する場合がある。どのような場合が考えられるか説明せよ。

問5 下線部(ウ)に関して、陷入する前の胚の横断面に見られる腹側の上皮の細胞の模式図を図4に示す。内部へと溝状に陷入しつつある上皮の細胞の形が、図4からどのように変形するか図示せよ。その図の中に、胚の内側と外側、およびミオシンが集まる部分を示せ。このように、溝状の陷入が生じるときに形を変える細胞はどのようなしくみで収縮すると考えられるか、説明せよ。

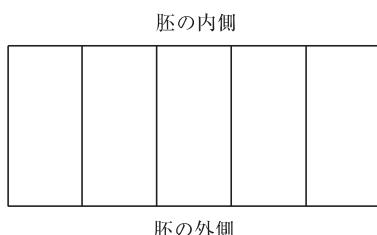


図4 陷入する前の上皮の模式図
細胞5個のみを示してある。

2

次の文を読み、問1～5に答えよ。

単細胞生物ゾウリムシでは細胞の内外でイオン分布が異なることにより、膜電位が発生することが知られている。図1左ではカルシウムイオン (Ca^{2+}) とカリウムイオン (K^+) のイオン分布の差異により膜電位が形成される様子を示している。このイオン分布での膜電位は、細胞の内側が外側に対して電位が低くなる負の膜電位（静止電位）の状態となる（図1右）。静止電位からの膜電位の変化は、 Ca^{2+} チャネルまたは K^+ チャネルの開放により生じる。

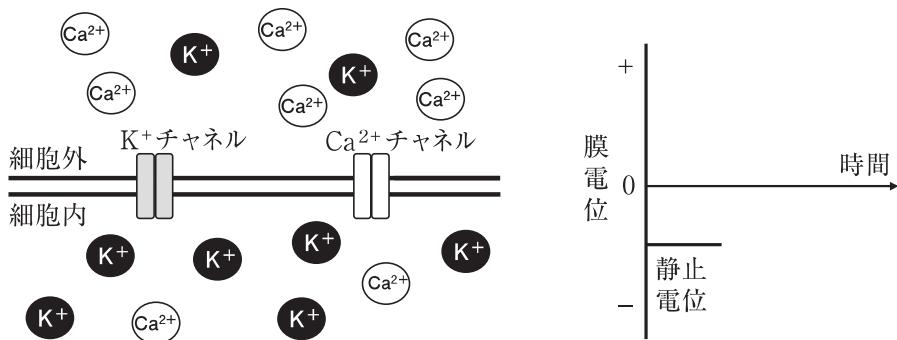


図1 細胞内外のイオン分布の差異による膜電位形成および静止電位

ゾウリムシの遊泳行動には、ゾウリムシの前端が障害物にぶつかった際に、纖毛運動が反転し一時的に後退した後、角度を変えて前進する「回避反応」が知られている。この反応は、ゾウリムシの前端が障害物に接触して細胞膜が変形するという刺激（機械刺激）により開始され、このとき機械刺激によって開くタイプの Ca^{2+} チャネルが反応の開始を担っている。その後の反応は、膜電位に応答して開くタイプの Ca^{2+} チャネルと K^+ チャネル、および、 Ca^{2+} ポンプと K^+ ポンプのはたらきによって進行する。

このゾウリムシの回避反応に関する次の実験を行い、以下の結果を得た。

[実験 1] 強さが異なる 3 段階の機械刺激をゾウリムシの前端に与えたとき（レベル 1 が最も刺激が弱く、1, 2, 3 の順で強くなる）の膜電位の変化の測定や繊毛運動の観察を行った。膜電位の測定結果は、図 2 に示すようにレベル 1 や 2 では、膜電位の上昇は見られたが、膜電位の急激な増大（活動電位）は見られず、繊毛運動の反転は見られなかった。ところがレベル 3 の強さの機械刺激を与えたときに、図 2 に示す一過性の活動電位が生じ、繊毛運動の反転が約 0.4 秒間見られた。

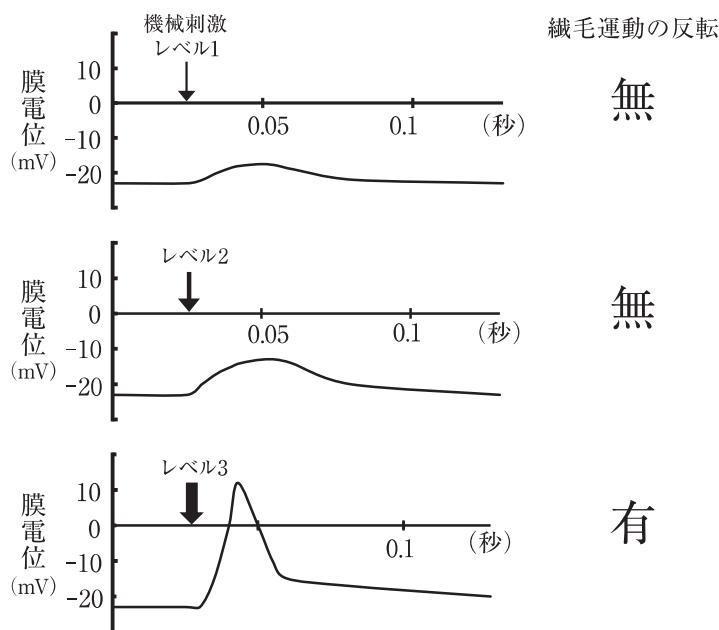


図 2 機械刺激の強さによる膜電位の変化および繊毛運動の反転の有無

時間軸上の矢印の位置は機械刺激を与えた時点、矢印の太さは機械刺激の強さを示している。

[実験2] レベル3の機械刺激をゾウリムシの前端に与えたときの膜電位変化および細胞内の Ca^{2+} 濃度を測定したところ、図3に示すように、活動電位は速やかに静止電位のレベルに低下したが、 Ca^{2+} 濃度は高いレベルでしばらく維持され、その後に機械刺激を与える前のレベルに低下した。

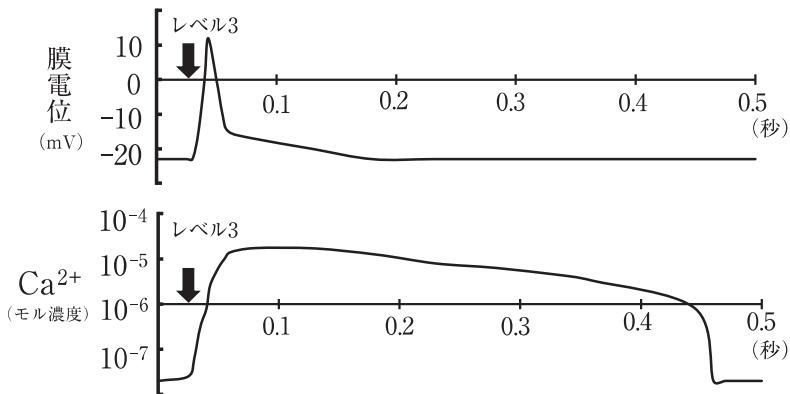


図3 機械刺激負荷後の膜電位変化および細胞内の Ca^{2+} 濃度変化
時間軸上の矢印の位置は機械刺激を与えた時点を示している。

問1 下線部(ア)のしくみとして、それぞれのチャネルが開くことで、どのイオンがどのチャネルを通って、どの方向に移動するか、また時間に沿った膜電位がどのように変化するかを図示せよ。

問2 実験1において、機械刺激の強さがレベル1とレベル2のときに、活動電位の発生も、纖毛運動の反転も起こらなかった理由を答えよ。

問3 実験1と2の結果から、ゾウリムシの前端が機械刺激を受容してから、どのようなしくみで纖毛運動が反転すると考えられるか、時間経過に沿って答えよ。

問4 実験2において、細胞内の Ca^{2+} 濃度低下より早く、活動電位は静止電位レベルまで低下した。この活動電位が下がるしくみを答えよ。

問5 実験1と2の結果をふまえ、回避反応により後退してから、前進に転じるしくみを答えよ。

生 物 ⑧

(解答は答案用紙の所定欄に記載せよ)

1

次の文を読み、問1～6に答えよ。

酸素発生型光合成生物は、太陽光を利用して二酸化炭素と水から有機物を合成し、酸素を放出する。地球上で最初に出現した酸素発生型光合成生物はシアノバクテリアで、その後、葉緑体をもつ灰色藻類、紅藻類、緑藻類、コケ植物、シダ植物、種子植物（裸子植物、被子植物）などの酸素発生型光合成生物が進化した。一方、珪藻類や褐藻類も酸素発生型光合成生物であるが、系統的には葉緑体をもたない卵菌類やサカゲツボカビ類などに近縁であることが示されている。最も派生的な被子植物では、最大の約26万種が報告され、C₃植物、C₄植物、CAM植物、多肉植物、食虫植物、寄生植物など、様々な生活史や生態の植物が存在する。なかには、菌類に寄生して葉緑体を失い、完全に光合成をやめた植物までいる。

問1 光合成細菌の1種である紅色硫黄細菌とシアノバクテリアの光合成について、異なる点を2つ述べよ。

問2 灰色藻類、紅藻類、緑藻類および陸上植物の葉緑体は、シアノバクテリアの細胞内共生が起源であると考えられている。これを検証するための具体的な実験方法を1つと、シアノバクテリアが葉緑体の起源である場合に予想される結果を述べよ。

問3 硅藻類や褐藻類がどのような進化過程を経て出現したと考えられているか、特に葉緑体の獲得過程を中心に説明せよ。

問4 CAM植物は、夜に気孔を開けてCO₂を取り込み、いったんリンゴ酸として液胞に蓄える。その後、昼にリンゴ酸を分解して生じたCO₂を用いて光合成を行う。この特徴から、CAM植物がどのような環境に適応していると考えられるか説明せよ。

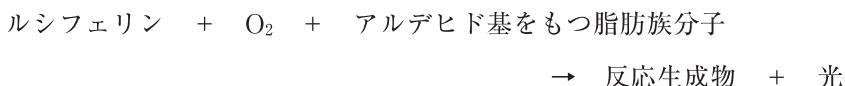
問5 C₄植物は、大気中の二酸化炭素濃度が低い時代に、C₃植物よりも生存に有利であったという考えがある。ルビスコの役割に注目して、そのように考えられる理由を説明せよ。

問6 完全に光合成をやめた腐生植物の1種であるギンリヨウソウに似ているが、花弁とがく片が白色ではなく薄紅色の個体を複数見つけた。この薄紅色の個体が、ギンリヨウソウとは別種であるのかを調べたい。ギンリヨウソウ個体群と薄紅色個体群が独立した生物学的種であることを検証するための方法を3つと、両者がそれぞれ独立した生物学的種である場合に予測される結果を述べよ。

2

次の文を読み、問1～6に答えよ。

海には、自ら光を発するバクテリアがいることが知られている。ある発光バクテリアでは、そのゲノムにバクテリア型ルシフェラーゼ（以下、ルシフェラーゼと記す）とよばれる酵素タンパク質をコードする遺伝子が存在する。ルシフェラーゼは以下の化学反応を触媒する。



なお、ルシフェリンはバクテリアが自ら合成し、発光に関与しないさまざまな代謝にも利用される物質である。

この発光バクテリアを、栄養分を十分に含んだ500 mLの液体培地が入っている2 Lのフラスコで培養したところ、図1の曲線（+）に示すように増殖した。増殖させながら、決められた時間ごとにフラスコから液体を1 mLずつ採取し、次の2種類の計測を行った。

【計測1】採取した液体にアルデヒド基をもつ脂肪族分子を十分に加えたのち、酸素存在下で光子計測器を用いて単位時間あたりの発光量を測定した。その結果、図1に示す●印のデータを得た。

【計測2】採取した液体からバクテリアを単離し、細胞膜を破壊した上でルシフェラーゼを全量抽出精製し、アルデヒド基をもつ脂肪族分子とルシフェリンを十分に加えたのち、酸素存在下で光子計測器を用いて単位時間あたりの発光量を測定した。その結果、図1に示す□印のデータを得た。

この部分に記載されている文章については、著作権法上の問題から掲載することができませんので、ご了承願います。

図1 バクテリアの増殖と発光の時間経過

横軸は時間、縦軸は最初の測定値を1とした細胞数または発光量の相対値。+は細胞数。●は液体培地の単位時間あたりの発光量、□は精製タンパク質の単位時間あたりの発光量を示す。

問1 バクテリアがルシフェラーゼ遺伝子の転写翻訳を開始するのはどの時点と考えるのがもっとも妥当か。図1の下部にある三角形A～Dのいずれかから選び、その時点を選んだ理由とともに答えよ。

問2 図1の区間Iでは、バクテリアが増殖しているにもかかわらず、【計測1】と【計測2】のいずれも発光量があまり変わらなかった。どのようなしくみでこのような現象が生じたと考えられるかを述べよ。

問3 図1の区間Ⅱでは、バクテリアの発光量が減少した。どのようなしくみでこのような現象が生じたか、可能性を2つあげよ。

問4 図1の区間Ⅲでは、バクテリアの細胞数が【計測1】と【計測2】の発光量とほぼ並行して増加していた。どのようなしくみでこのような現象が生じたと考えられるかを述べよ。

問5 ルシフェラーゼが用いるアルデヒド基には、脂肪族の長い鎖が結合している。脂肪族の長さが異なるアルデヒドを化学合成し、ルシフェラーゼおよびルシフェリンと混ぜて発光量を調べると、14個の炭素をもつ脂肪族が結合している場合に一番発光量が多く、10個の炭素をもつ脂肪族が結合している場合には、その半分程度の発光量しかないことがわかった。脂肪族の長さが短くなることで、発光量が減少するしくみを説明せよ。

問6 発光は捕食者に見つかりやすくなるため、不利な現象と考えられる。それにもかかわらず、海にはバクテリアに限らず発光する生物が多く存在する。海洋生物にとって発光することの生物学的利点を2つあげよ。