

数学共通

(理学部用)

注意事項

試験開始の合図があるまでは、この冊子を開いてはいけない。

- この冊子の本文は3ページである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
- 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

- 解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
- この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
- この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1 3進法で表すと5桁となるような自然数全体の集合を X とする. また, X に含まれる自然数 x に対して, x を3進法で $abcde_{(3)}$ と表すときの各桁の総和 $a + b + c + d + e$ を $S(x)$ とおく. 例えば, 10進数 86 は3進法で $10012_{(3)}$ と表されるため, $S(86) = 1 + 0 + 0 + 1 + 2 = 4$ である.

(1) 10進数 199 を3進法で表し, $S(199)$ を求めよ.

(2) X の要素の個数を求めよ.

(3) X から1つの要素を選び, さらに, 各面に1, 2, 3, 4, 5, 6の数字の1つずつが重複なく書かれた1個のさいころを1回投げる. ただし, X のどの要素が選ばれる確率も同じであるとする. 選ばれた X の要素を x , 出たさいころの数字を r とおいたとき, 次の確率を求めよ.

(i) $x \geq 162$ かつ等式 $S(x) = r$ が成り立つ確率.

(ii) x が9の倍数であって r が奇数であったときに, 等式 $S(x) = r$ が成り立つ確率.

2三角形 ABC の 3 つの角 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさをそれぞれ A, B, C とおく.

(1) $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} = \frac{1}{2} \cos \frac{A-B}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{C}{2}$ を示せ.

(2) $\cos A + \cos B + \cos C = k$ としたとき, $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$ を k を用いて表せ.

(3) 三角形 ABC が $A < B < C = \frac{\pi}{2}$ の直角三角形であり,

$\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \frac{1}{10}$ のとき, 3 辺の長さの比 $BC : CA : AB$ を求めよ.

3 $f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt$ とおく. 以下の問いに答えよ.

- (1) $y = \log(x + \sqrt{1+x^2})$ を微分せよ.
- (2) $0 < x \leq 1$ において, $\log(x + \sqrt{1+x^2}) < f(x) < x$ が成り立つことを示せ.
- (3) $x > 1$ において, 曲線 $y = \log(x + \sqrt{1+x^2})$ と曲線 $y = f(x)$ は共有点をちょうど1つもつことを示せ.