

# 数 学

(文教育学部, 生活科学部用)

## 注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

|          |   |   |   |   |   |    |       |
|----------|---|---|---|---|---|----|-------|
| 受験<br>番号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 氏名 | 大塚 茶織 |
|----------|---|---|---|---|---|----|-------|

3. 解答は, それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

**1** 3進法で表すと5桁となるような自然数全体の集合を  $X$  とする. また,  $X$  に含まれる自然数  $x$  に対して,  $x$  を3進法で  $abcde_{(3)}$  と表すときの各桁の総和  $a + b + c + d + e$  を  $S(x)$  とおく. 例えば, 10進数 86 は3進法で  $10012_{(3)}$  と表されるため,  $S(86) = 1 + 0 + 0 + 1 + 2 = 4$  である.

(1) 10進数 199 を3進法で表し,  $S(199)$  を求めよ.

(2)  $X$  の要素の個数を求めよ.

(3)  $X$  から1つの要素を選び, さらに, 各面に1, 2, 3, 4, 5, 6の数字の1つずつが重複なく書かれた1個のさいころを1回投げる. ただし,  $X$  のどの要素が選ばれる確率も同じであるとする. 選ばれた  $X$  の要素を  $x$ , 出たさいころの数字を  $r$  とおいたとき, 次の確率を求めよ.

(i)  $x \geq 162$  かつ等式  $S(x) = r$  が成り立つ確率.

(ii)  $x$  が9の倍数であって  $r$  が奇数であったときに, 等式  $S(x) = r$  が成り立つ確率.

**2** 三角形 ABC の 3 つの角  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  の大きさをそれぞれ  $A, B, C$  とおく.

(1)  $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} = \frac{1}{2} \cos \frac{A-B}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{C}{2}$  を示せ.

(2)  $\cos A + \cos B + \cos C = k$  としたとき,  $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \frac{k-1}{4}$  となることを示せ.

(3) 三角形 ABC が  $A < B < C = \frac{\pi}{2}$  の直角三角形であり,

$\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \frac{1}{10}$  のとき, 3 辺の長さの比  $BC : CA : AB$  を求めよ.

**3**

$c$  を実数とし、関数  $f(x) = (x^2 + c)^2 + c$  を考える。以下の問いに答えよ。

- (1)  $x^2 - x + c = 0$  を満たす実数  $x$  に対して、 $f(x) - x = 0$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = x$  が異なる 4 つの共有点をもつとき、定数  $c$  のとり得る値の範囲を求めよ。
- (3)  $c = -1$  としたとき、 $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = x$  の共有点の  $x$  座標のうち、最大のもとの 2 番目に大きいものをそれぞれ  $a, b$  とする。 $b \leq x \leq a$  において  $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = x$  で囲まれた図形の面積を求めよ。