

# 数学・物理・化学・生物

## 注意事項

試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。

1. 数学科、化学科、生物学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題、及び出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

物理学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

情報科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から2科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

食物栄養学科、人間・環境科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

### 問題選択一覧表

(◎印：必須科目、○印：選択科目)

学 科 名		数 学 専 門 ①	数学②	物理①	物理②	化学①	化学②	生物①	生物②
理 学 部	数 学 科	◎			○		○		○
	物 理 学 科		◎	◎	◎				
	化 学 科				○	◎	◎		○
	生 物 学 科				○		○	◎	◎
	情 報 科 学 科		○		○		○		○
生 活 科学部	食 物 栄 養 学 科				○		○		○
	人 間 ・ 環 境 科 学 科				○		○		○

2. この冊子の本文は37ページまでである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出ること。

3. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

4. この問題冊子及び下書用紙は持ち帰ること。

## 数 学 専 門 ㉠

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。

**1**  $a$  を実数として、曲線  $y = \sin x$  の接線で点  $(2, a)$  を通るものを考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 点  $(2, a)$  を通る接線について、接点の  $x$  座標を  $t$  とするとき、 $a$  を  $t$  を用いて表せ。
- (2) (1) で求めた式を  $a = f(t)$  とおくとき、 $0 \leq t \leq \frac{5\pi}{2}$  における  $f(t)$  の最大値と最小値を求めよ。
- (3) 点  $(2, a)$  を通り、 $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{2}$  の範囲に接点の  $x$  座標がある接線の本数が 3 本となる  $a$  の範囲を求めよ。

**2** 関数  $f(x) = \sqrt{x+6}$  ( $x \geq -6$ ) について考える. また, 数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = 0$ ,  $a_{n+1} = f(a_n)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定める. 以下の問いに答えよ.

- (1) 方程式  $f(c) = c$  をみたす  $c$  の値を求めよ.
- (2) (1) で求めた  $c$  に対して, 直線  $x = c$ , 曲線  $y = f(x)$ ,  $x$  軸で囲まれる図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.
- (3) (1) で求めた  $c$  と, すべての自然数  $n$  に対して  $a_n < c$  となることを示せ.

- (4) (1) で求めた  $c$  と, すべての自然数  $n$  に対して

$$|f(a_n) - c| \leq \frac{1}{3}|a_n - c|$$

となることを示せ.

- (5) (1) で求めた  $c$  に対して,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$  となることを示せ.

**3** 関数  $y = e^x$ ,  $y = \log x$  のグラフをそれぞれ  $C_1$ ,  $C_2$  とする.

- (1) 曲線  $C_1$  と直線  $y = x$  は共有点をもたないことを示せ.
- (2) 2つの曲線  $C_1$ ,  $C_2$  の両方に接する最も半径の小さな円の方程式を求めよ.  
ただし, 曲線と円が接するとは, 共有する1点をもちその点における接線が一致していることである.
- (3) 次の連立不等式の表す領域と(2)で求めた円の外部との共通部分の面積を求めよ.

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq e^x \\ y \geq \log x \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

## 数 学 ⑧

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。

**1**  $a$  を実数として、曲線  $y = \sin x$  の接線で点  $(2, a)$  を通るものを考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 点  $(2, a)$  を通る接線について、接点の  $x$  座標を  $t$  とするとき、 $a$  を  $t$  を用いて表せ。
- (2) (1) で求めた式を  $a = f(t)$  とおくとき、 $0 \leq t \leq \frac{5\pi}{2}$  における  $f(t)$  の最大値と最小値を求めよ。
- (3) 点  $(2, a)$  を通り、 $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{2}$  の範囲に接点の  $x$  座標がある接線の本数が 3 本となる  $a$  の範囲を求めよ。

**2** 関数  $f(x) = \sqrt{x+6}$  ( $x \geq -6$ ) について考える. また, 数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = 0$ ,  $a_{n+1} = f(a_n)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定める. 以下の問いに答えよ.

- (1) 方程式  $f(c) = c$  をみたす  $c$  の値を求めよ.
- (2) (1) で求めた  $c$  に対して, 直線  $x = c$ , 曲線  $y = f(x)$ ,  $x$  軸で囲まれる図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.
- (3) (1) で求めた  $c$  と, すべての自然数  $n$  に対して  $a_n < c$  となることを示せ.

- (4) (1) で求めた  $c$  と, すべての自然数  $n$  に対して

$$|f(a_n) - c| \leq \frac{1}{3}|a_n - c|$$

となることを示せ.

- (5) (1) で求めた  $c$  に対して,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$  となることを示せ.

## 物 理 ㉔

- 解答は答案用紙に書くこと。
- 答案には、結果の式や数値のみでなく、導出方法も記述せよ。たとえ試験時間内に結果が完全に得られない場合でも、考え方の筋道や方針を記述せよ。

1 図1のように、大気中で水平な台の上に鉛直に置かれたシリンダーの中に、傾くことなくなめらかに上下に動く質量  $M$ 、厚さ  $D$  のピストンが、重さが無視できる伸び縮みしないひもでつるされている。ひもはたるまず鉛直方向にまっすぐになっており、シリンダーの中には絶対温度  $T_0$ 、1モルの単原子分子理想気体が封入されている。ピストンの底面はシリンダーの底から高さ  $H_0$  のところにある。また、高さ  $H_1 + D$  のところにはストッパーが取り付けられており、ピストンがシリンダーから抜けないようにしている。ピストンとシリンダーは断熱材でできており、シリンダーの中には、理想気体を加熱または冷却できる、大きさが無視できる装置が備えられている。以下では、シリンダーとピストンの断面積を  $S$ 、大気圧を  $P_0$ 、気体定数を  $R$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

- (1) 理想気体の圧力とピストンをつるすひもの張力を求めよ。
- (2) 理想気体をゆっくりと加熱したところ、しばらくしてピストンはゆっくりと上昇し始めた。ピストンが上昇し始める際の理想気体の絶対温度とそれまでの間に理想気体に加えた熱量を求めよ。
- (3) さらに、加熱し続けるとピストンはゆっくりと上昇しストッパーに到達した(図2)。ピストンがストッパーに到達した直後の理想気体の絶対温度と、ピストンが上昇し始めてからストッパーに到達するまでに理想気体に加えた熱量を求めよ。

ピストンがストッパーに到達した後もしばらく加熱し続けた。加熱を止めた後、ピストンをつるすひもをばねと交換したところ、ストッパーを取り除いてもピストンは動かなかった(図3)。ひもをばねと交換する際、ばねを自然長から $\Delta L$ だけ縮める必要があった。ただし、 $\Delta L$ は $H_1$ よりも小さいとする。また、ばねの重さは無視できるものとし、ばね定数を $k$ とする。

- (4) 加熱を止めた後の理想気体の絶対温度と圧力を求めよ。
- (5) 次に、理想気体をゆっくりと冷却し、ばねの長さが自然長になったところで冷却を止めた。冷却後の理想気体の絶対温度と圧力を求めよ。
- (6) 冷却中の理想気体の体積と圧力の関係を図示せよ。ただし、体積を横軸に、圧力を縦軸にとるものとする。
- (7) 冷却によって理想気体から取り除かれた熱量の大きさを求めよ。



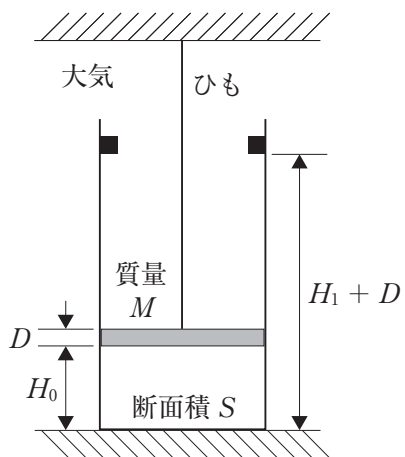


図 1

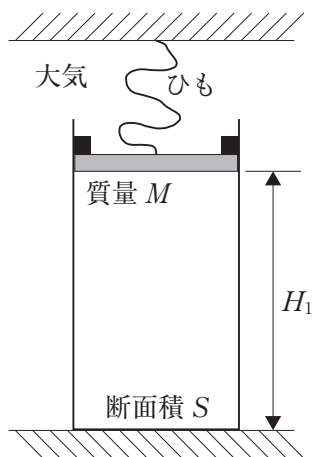


図 2

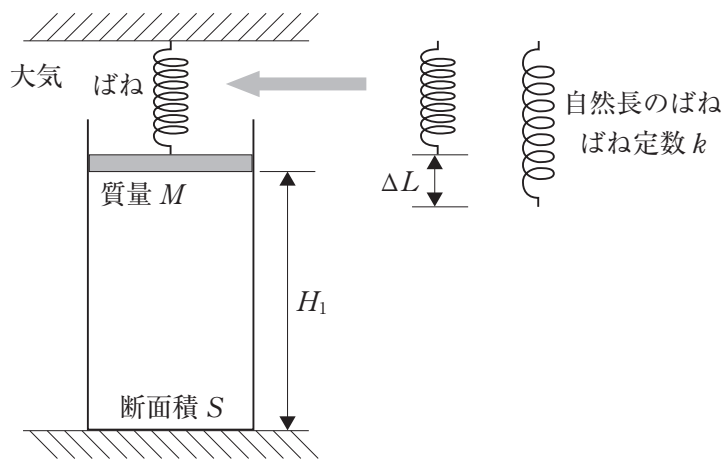


図 3

**2**

図1のように、弦の一端を壁に固定し、もう一端にはおもりを取り付けられる装置を準備する。点Pには支えがあり、壁から点Pまでの長さを $l$ とする。弦にはおもりに働く重力に等しい大きさの張力が加わるものとし、支えの位置では固定端となっているとする。重力加速度の大きさを $g$ とし、次の問いに答えよ。

- (1) 弦を伝わる波の速さ $v$ 、弦にかかる張力 $S$ 、弦の線密度 $\rho$ の間には $v = S^x \rho^y$ の関係があることが知られている。物理量の次元について考察し $x = \frac{1}{2}$ 、 $y = -\frac{1}{2}$ となることを説明せよ。

線密度 $\rho$ の弦Aを装置に張り、質量 $M$ のおもりを取り付けた。壁と点Pの間で弦Aを静かにはじいたところ、基本振動が起こった。このとき、弦を伝わる波の速さを $v_1$ とすると、固有振動数は $f_1 = \frac{v_1}{2l}$ であった。

- (2) このことから、弦を伝わる波の速さ $v$ 、固有振動数 $f$ 、波長 $\lambda$ の間に成り立つ関係を推察し、式で表せ。(以降、この関係式を用いてよい。)
- (3) 支えの位置を壁から $\frac{3l}{4}$ だけ離れた位置に移動させた。このとき、壁と支えの間で弦Aを基本振動させると、振動数は $f_1$ の何倍になるか求めよ。
- (4) 次に、支えの位置は壁から $\frac{3l}{4}$ のままにして、弦Aの代わりに異なる弦Bをこの装置に張った。装置に取り付けるおもりの質量を $M'$ に増やし弦を静かにはじいたところ、弦Bは基本振動し、固有振動数が $f_1$ と等しくなった。弦Bの線密度は弦Aの何倍か求めよ。

次に、図1と同じ装置をもう1つ用意し、2つの装置にそれぞれ弦Aと弦Cを張る。支えの位置はともに点Pとし、取り付けたおもりはともに質量  $M$ 、そして、弦Cと弦Aの線密度はわずかに異なるものとする。

(5) 壁と点Pの間で弦A、Cを同時に基本振動させ、そのときに発する音を観測したところ、毎秒  $n$  回のうなりが生じた。また、弦Aを張った装置で支えを壁方向に少しずつ動かして置き、2つの弦を同時に基本振動させたところ、支えを点Pと壁の間のある位置に置いたときにうなりが消えた。弦Cの固有振動数を求めよ。

(6) 弦Cの線密度を求めよ。

(7) 弦Aの支えの位置を点Pに戻し、弦Cの装置に取り付けたおもりを取り替えて同時に基本振動させたところ、うなりは現れなかった。取り替えたおもりの質量は  $M$  より大きいのか、小さいか、理由とともに答えよ。

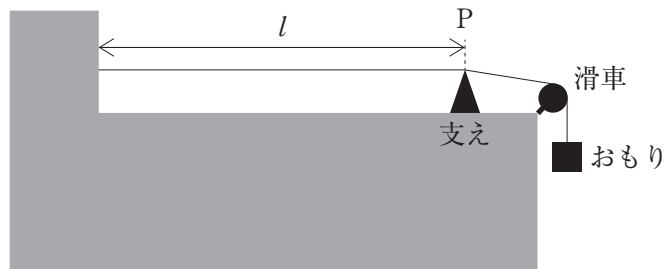


図1：弦の一端を壁に固定し、滑車を通し、おもりで弦を張った装置

## 物 理 ⑧

- 解答は答案用紙に書くこと。
- 答案には，結果の式や数値のみでなく，導出方法も記述せよ。たとえ試験時間内に結果が完全に得られない場合でも，考え方の筋道や方針を記述せよ。

1 図1のような水平経路と円弧経路を，質量  $m$  の小物体が運動する様子を考える。水平経路は長さ  $L$  で，その両端は半径  $R$  の円弧経路に段差なく接続している。水平経路上では小物体との間に摩擦(動摩擦係数  $\mu'$ )があるとし，円弧経路上では摩擦がないものとする。はじめに，水平経路上の midpoint  $O$  にあった小物体に，右方向に速さ  $v$  を与えた。重力加速度の大きさを  $g$  とし，次の問いに答えよ。

- (1) 小物体が最初に右側の円弧経路にさしかかるための  $v$  の条件を求めよ。
- (2) 小物体は運動開始後，水平経路から右の円弧経路内に入り，経路に沿って点  $P$  の位置まで到達すると，ふたたび逆向きに運動しはじめた。図1のように，点  $P$  は円弧経路の下端から  $90$  度の位置にある。はじめの速さ  $v$  を求めよ。  
  
以降，問(2)で求めた速さを  $v_0$  とし， $v_0$  を用いて解答すること。
- (3) 問(2)の後，1回目に点  $O$  の位置に小物体が戻り通過したときの速さ  $v_1$  を求めよ。
- (4) 問(3)の後，小物体は左側の円弧経路に入り，経路に沿って水平経路面からの高さ  $h_1$  まで到達した。 $h_1$  を求めよ。

以降、小物体が左右に往復を繰り返し、点  $O$  を複数回通過した。

- (5)  $n$  回目に点  $O$  を通過した際の速さ  $v_n$  (ただし、 $n \neq 0$  であり、問(3)を  $n = 1$  とする) を求めよ。
- (6) 点  $O$  を少なくとも  $n$  回通過するための  $\mu'$  の条件を求めよ。
- (7) 問(5)の後、小物体は点  $O$  を再び通過することなく、水平経路上で運動が止まった。このときの点  $O$  からの距離を求めよ。

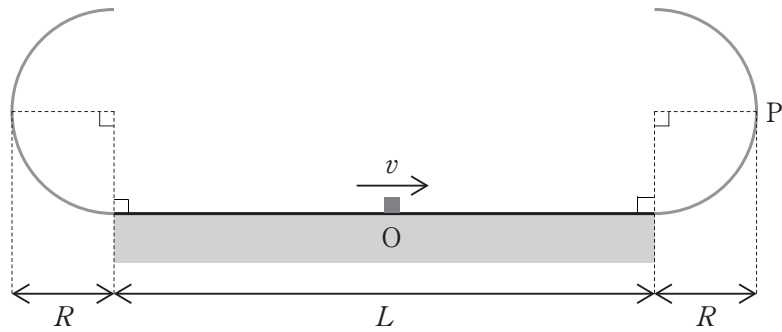


図 1 : 長さ  $L$  の水平経路と半径  $R$  の円弧経路

2

2枚の金属板をもつ平行板コンデンサーが真空中に置かれている。図1に示すように金属板の面と垂直方向に $z$ 軸をとったとき、下の金属板は $z = 0$ の位置に固定されており、上の金属板は $z = z_0$ の位置にある。ただし、 $z_0 > 0$ である。2枚の金属板は同じ形であり、金属板の面と平行方向のずれもなく、その面積 $S$ は十分に広い。また、金属板の重さと厚さは無視できるものとする。このコンデンサー(電気容量 $C$ )、電池(電圧 $V$ )、スイッチを図1のようにつないだ。スイッチを閉じ、十分に時間が経過すると、コンデンサーの電気量は $Q$ となった。このとき、コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーを $U$ とし、初期状態と呼ぶことにする。なお、真空の誘電率を $\epsilon_0$ とする。

以下の問いに全て面積 $S$ を含んだ表記で答えよ。

初期状態からスイッチを開けた後、上の金属板に面と垂直方向の力 $F_1$ を加え続け、上の金属板を $z = z_0 + \Delta z_1$ の位置にゆっくり移動させた。なお、 $\Delta z_1$ はとて小さい正の数とする。

- (1) 金属板が移動した後のコンデンサーの電気容量 $C_1$ を求めよ。
- (2) 金属板が移動した後のコンデンサーの静電エネルギー $U_1$ を求めよ。
- (3)  $U$ ,  $U_1$ ,  $F_1$ の関係から、静電気力によって金属板が受ける力を求めよ。なお、 $\Delta z_1$ はとて小さいので、金属板移動中の $F_1$ は一定であると考えてよい。

初期状態に戻した後、スイッチを閉じたまま上の金属板に面と垂直方向の力  $F_2$  を加え続け、上の金属板を  $z = z_0 + \Delta z_2$  の位置にゆっくり移動させた。なお、 $\Delta z_2$  はとても小さい正の数とし、問(4)と問(5)では、

$$\frac{1}{z_0 + \Delta z_2} \doteq \frac{1}{z_0} \left( 1 - \frac{\Delta z_2}{z_0} \right)$$

の近似式を用いること。

- (4) 金属板が移動した後のコンデンサーの静電エネルギー  $U_2$  を求めよ。
- (5) 金属板が移動した後の電気量  $Q_2$  を求めよ。
- (6) 問(5)で求めた  $Q_2$  を用いて、電池に戻されるエネルギー  $E_2$  を求めよ。
- (7)  $U$ ,  $U_2$ ,  $E_2$ ,  $F_2$  の関係から、金属板の面間隔が  $z_0$  のときに静電気力によって金属板が受ける力を求めよ。なお、 $\Delta z_2$  はとても小さいので、金属板移動中の  $F_2$  は一定であると考えてよい。

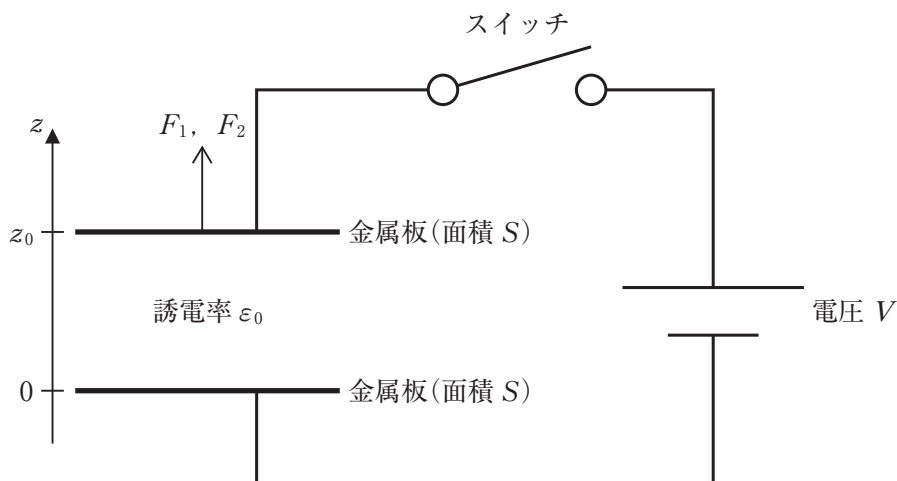


図1：回路図

# 化 学 ㉠

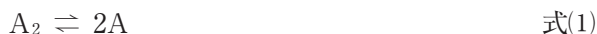
1. 解答は答案用紙の所定の欄に記入せよ。
2. 問題を解くにあたり，必要な場合には次の値を用いよ。

$$\sqrt{3} = 1.73 \quad \log_e 3 = 1.10 \quad \text{気体定数 } R = 8.31 \text{ J/(K}\cdot\text{mol)}$$

1

I 以下の文章を読み，問い(問1～3)に答えよ。

次の平衡反応について考える。



ただし， $A_2$ ， $A$  はともに気体であり，理想気体として扱えるものとする。物質質量  $n_0$  の  $A_2$ ， $A$  とともに  $A_2$  とも化学反応しない物質質量  $m$  の気体Mを容器に入れ，温度  $T$  において平衡になるまで放置した。

このとき，反応した  $A_2$  の物質質量を  $x$  とすると，生成した  $A$  の物質質量は (ア) であり，残った  $A_2$  の物質質量は (イ) である。

この反応の平衡定数  $K$  はそれぞれの気体の分圧  $p(A_2)$ ，および  $p(A)$  を用いて

$$K = (\text{ウ}) \quad \text{式(2)}$$

と表される。

まず，それぞれの気体の平衡時の分圧を容器の体積を用いて表す。容器の体積を  $V$ ，気体定数を  $R$  とすれば，気体の状態方程式から

$$p(A_2) = (\text{エ})RT \quad \text{式(3)}$$

$$p(A) = (\text{オ})RT \quad \text{式(4)}$$

と表される。



これらを式(2)に代入すれば

$$K = \frac{(\text{オ})^2(RT)^2}{(\text{エ})RT} \quad \text{式(5)}$$

と表される。すなわち、反応する  $A_2$  の物質量は気体Mの物質質量  $m$  に依存しない。

一方、それぞれの気体の平衡時の分圧は、混合気体の全圧を用いても表せる。容器の全圧を  $p_{\text{Tot}}$  とすれば、それぞれの気体のモル分率と全圧の積から

$$p(A_2) = (\text{カ}) p_{\text{Tot}} \quad \text{式(6)}$$

$$p(A) = (\text{キ}) p_{\text{Tot}} \quad \text{式(7)}$$

と表される。

これらを式(2)に代入すれば

$$K = \frac{(\text{キ})^2 p_{\text{Tot}}^2}{(\text{カ}) p_{\text{Tot}}} \quad \text{式(8)}$$

と表される。すなわち、反応する  $A_2$  の物質量は気体Mの物質質量  $m$  に依存する。

例えば、 $\frac{p_{\text{Tot}}}{K} = \frac{1}{2}$ 、 $n_0 = 1 \text{ mol}$  のとき、 $m = 0 \text{ mol}$  に対し  $x = (\text{ク}) \text{ mol}$  となり、 $m = 1 \text{ mol}$  に対し  $x = (\text{ケ}) \text{ mol}$  となる。このように、この反応では気体Mの物質質量  $m$  を増やすと式(1)の平衡は(コ)に移動する。

**問 1** 文章中の空欄(ア)～(コ)に当てはまる式、数値、または語句を答えよ。数値に関しては、分数や無理数を用いてもよい。

**問 2** 式(5)、式(8)の導出に際しては、それぞれある反応条件を一定に保って反応させることを仮定している。それぞれの式で一定と仮定されている反応条件を答えよ。

**問 3** 問2のそれぞれの反応条件が一定のとき、下線部(a)、(b)の違いが生じる理由を述べよ。

II 以下の文章を読み、問い(問1～3)に答えよ。

平衡定数  $K$  は温度  $T$  に依存することが知られている。反応1～3について平衡定数の温度変化を測定したところ、表1の結果が得られた。図1は、表1の結果をもとに  $\log_e K$  と  $\frac{1}{RT}$  の関係をグラフにしたものである。ここで、 $R$  は気体定数を表す。また、これらの反応の反応熱  $Q$  を  $T = 300 \text{ K}$  で測定すると表2の結果が得られ、温度によらずほぼ一定であった。

表1 反応1～3の平衡定数  $K$  の温度変化

	$\frac{1}{RT}$ [mol/kJ]	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
反応1	$\log_e K$	-11.7	-6.40	-1.36	3.50	8.22	12.9	17.5
反応2	$\log_e K$	3.75	4.37	4.94	5.47	5.98	6.47	6.95
反応3	$\log_e K$	12.2	9.53	6.78	3.97	1.16	-1.69	-4.60

表2 反応1～3の反応熱  $Q$

反応	$Q$ [kJ/mol]
反応1	92
反応2	9.6
反応3	-57

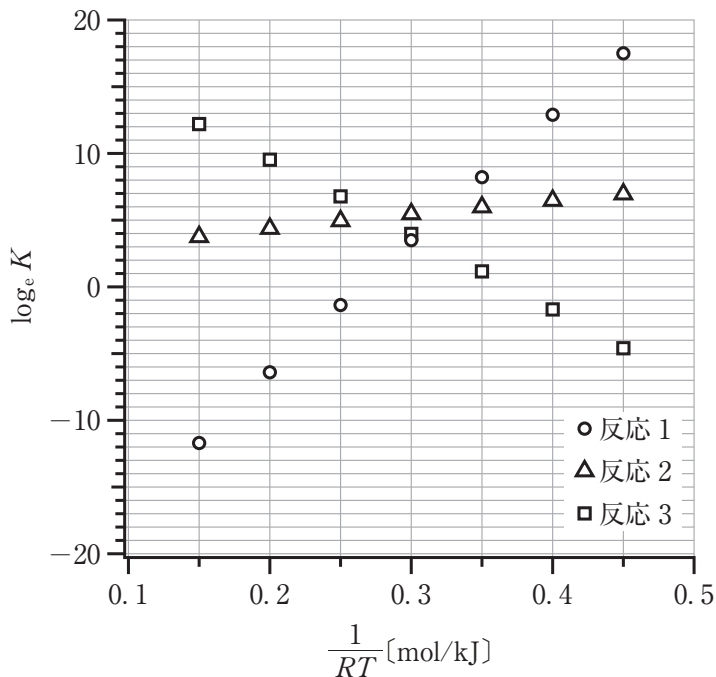


図1 平衡定数の対数と温度の逆数との関係

問 1 図1のグラフから、 $\log_e K$ と $\frac{1}{RT}$ は直線の関係にあるように見える。それぞれの反応について、直線のおよその傾きを求めよ。考え方も記すこと。

問 2 問1の値を $Q$ の値と比較し、 $\log_e K$ と $\frac{1}{RT}$ の関係を $Q$ を用いた式で近似せよ。考え方も記すこと。

問 3 ある反応の平衡定数 $K$ が $T = 300 \text{ K}$ において $\log_e K = 10.0$ であったとする。この反応の反応熱が $100 \text{ kJ/mol}$ で温度に依存しないとしたとき、平衡定数 $K$ を3倍にするには温度をいくらにすればよいと考えられるか。問2で求めた式を利用し計算せよ。有効数字3桁で答えよ。計算過程も記すこと。

2 水と硫酸ナトリウムの状態図に関する次の文章を読み、問い(問1～6)に答えよ。なお、文章中の現象はすべて大気圧下でおこるとし、硫酸ナトリウムは水に溶けた場合、すべてナトリウムイオンと硫酸イオンに電離するものとする。計算問題においては、有効数字を2桁とせよ。

図1は水(H<sub>2</sub>O, 分子量 18.0)と硫酸ナトリウム(Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, 式量 142)の二成分の状態を表した図(状態図)である。曲線ABは、種々の濃度の硫酸ナトリウム水溶液を冷却したときの氷の結晶が生じ始める温度、すなわち硫酸ナトリウム水溶液の凝固点を示す曲線である。曲線BCは、硫酸ナトリウムの溶解度曲線を表し、温度が上がると硫酸ナトリウムの溶解度が大きくなることを示す。点Aは水の凝固点を表す。点Bでは、硫酸ナトリウム十水和物(Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>・10H<sub>2</sub>O, 式量 322)の結晶と氷の混合物となっている。32.4℃の硫酸ナトリウム水溶液は33.1%〔%〕は質量パーセントを表すものとする)で飽和であり(点C)、この飽和溶液をゆっくり冷却すると硫酸ナトリウム十水和物の結晶が析出する。

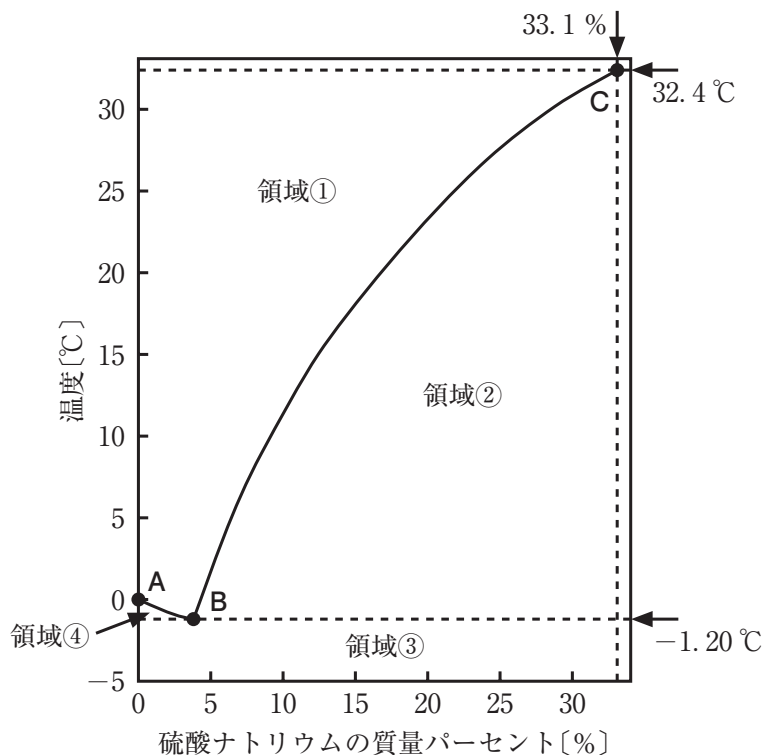


図1 水と硫酸ナトリウムの状態図

問 1 水のモル凝固点降下を  $1.85 \text{ K}\cdot\text{kg}/\text{mol}$  として、以下の2つの場合(1)および(2)における氷の結晶が生じる温度を、それぞれ計算せよ。計算過程も記すこと。ただし、過冷却の効果は考慮しないものとする。

- (1)  $1.00 \text{ g}$  の無水硫酸ナトリウムを水  $100 \text{ g}$  に溶かした水溶液を徐々に冷やした場合。
- (2)  $3.00 \text{ g}$  の硫酸ナトリウム十水和物を水  $52.0 \text{ g}$  に溶かした水溶液を徐々に冷やした場合。

問 2 図2は図1の点Aおよび点B付近の温度と硫酸ナトリウムの質量パーセントの関係を示している。答案用紙のグラフに問1で求めた温度をそれぞれ点(1)、点(2)として書き入れよ。濃度の計算過程も記すこと。また、点(1)、点(2)が直線AB上にない理由を説明せよ。

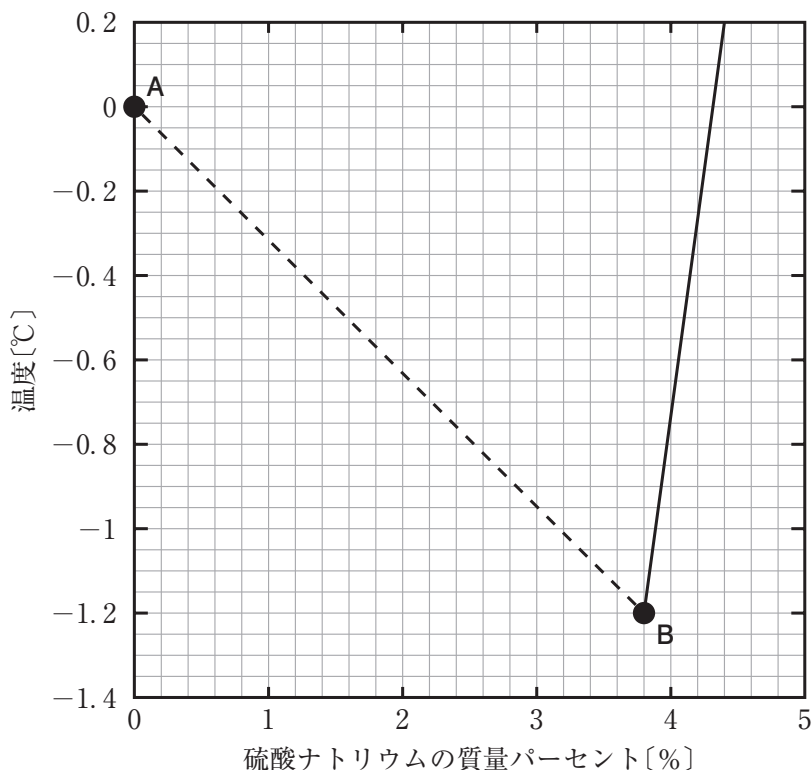


図 2 図1の点Aおよび点B付近の温度と硫酸ナトリウムの質量パーセントの関係  
図中の点線は点Aと点Bを結んだ直線である。

### 問 3

- (a) 問 1 の(2)で氷の結晶が生じると、硫酸ナトリウム水溶液の濃度はどのように変わるか。理由とともに述べよ。
- (b) (a)で硫酸ナトリウム水溶液の濃度が変わると、温度はどのように変わるか。理由とともに述べよ。
- (c) (b)で温度が変わると、氷の結晶の量はどのように変わるか。理由とともに述べよ。
- (d) (a), (b), (c)が繰り返されると、硫酸ナトリウムと水の状態は図 2 のどの点に近づいていくか答えよ。

問 4 30℃ で硫酸ナトリウム十水和物 56.9 g を水 100 g に溶かした。この水溶液を徐々に冷やしていくと、20.0℃ で硫酸ナトリウム十水和物が析出し始めた。20.0℃ における硫酸ナトリウムの溶解度(水 100 g に溶ける硫酸ナトリウムの質量)を求めよ。計算過程も記すこと。

問 5 図 1 で、 $-1.20^{\circ}\text{C}$  の点線より下の領域③の状態は「氷と硫酸ナトリウム十水和物の混合物」、曲線 A B と  $-1.20^{\circ}\text{C}$  の点線で囲まれた領域④の状態は「氷と硫酸ナトリウム水溶液」である。曲線 A B と曲線 B C と  $32.4^{\circ}\text{C}$  の点線で囲まれた領域①、および曲線 B C と 33.1% の点線と  $-1.20^{\circ}\text{C}$  の点線で囲まれた領域②では、それぞれどのような状態になっているか述べよ。

問 6 硫酸ナトリウムは、 $32.4^{\circ}\text{C}$  を境にして、それ以下の温度では硫酸ナトリウム十水和物として、それより高い温度では無水硫酸ナトリウムとして水溶液から析出する。一方、硫酸ナトリウム十水和物の水への溶解は吸熱反応であるが、無水硫酸ナトリウムの水への溶解は発熱反応である。これらのことから、硫酸ナトリウムの溶解度曲線(温度と溶解度の関係を示したグラフであり、温度の高い方を右側とする)は、 $32.4^{\circ}\text{C}$  より高温の領域と低温の領域でそれぞれ右上がりになるか、それとも右下がりになるかを考え、理由とともに述べよ。

## 化 学 ㊦

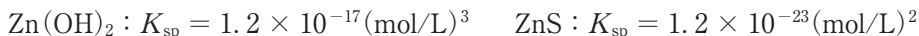
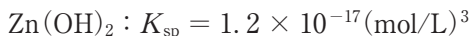
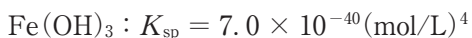
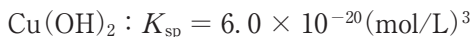
1. 解答は答案用紙の所定の欄に記入せよ。
2. 問題を解くにあたり、必要な場合には次の値を用いよ。

原子量      H 1.0      C 12.0      O 16.0      K 39.1      Ni 58.7  
標準状態の理想気体 1 mol の体積 22.4 L

**1** 金属イオンは水酸化物イオンや硫化物イオンと沈殿を生じることがある。次の溶解度積 ( $K_{sp}$ ) を用いて、どのような条件で沈殿が生じるか考えてみよう。ただし、水のイオン積は  $1.0 \times 10^{-14}(\text{mol/L})^2$  とする。

水酸化物

硫化物



※注：硫化水素によって  $\text{Fe}^{3+}$  が硫化物として沈殿する場合、すべて  $\text{Fe}^{2+}$  に還元され  $\text{FeS}$  として析出すると仮定する。そのため、 $\text{FeS}$  の値を示した。

まず、 $\text{Cu}^{2+}$ 、 $\text{Fe}^{3+}$ 、 $\text{Zn}^{2+}$  イオンがそれぞれ  $1.0 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$  の濃度で含まれる混合溶液 X に関して、pH を変化させたときに生じる沈殿について検討した。次の問い(問 1 ~ 4)に答えよ。

問 1 pH = 5.0 のときに沈殿が生じるには、それぞれの金属イオンの濃度は何 mol/L 必要か、有効数字 2 桁で求めよ。計算過程も示せ。

問 2 pH = 5.0 のとき、混合溶液 X から沈殿を生じると考えられる金属イオンをすべて答えよ。

問 3 混合溶液 X から沈殿が生じる金属イオンを 1 種類にしたい場合，設定すべき pH の範囲を整数で答えよ。計算過程も示せ。

問 4 すべての金属イオンが水酸化物として沈殿を生じたとき，水酸化ナトリウムを過剰量加えると溶解するのはどの沈殿か，沈殿の化学式を示せ。

次に，それぞれの金属イオンの分離を試みた。まず，混合溶液 X を 100 倍に薄め pH を (ア) に調整した後，十分な量の硫化水素を通したところ，黒色の沈殿 A を得た。沈殿をろ過して分離した後，ろ液を煮沸し，希硝酸を加えた。ここに，<sup>(a)</sup>過剰量の水酸化ナトリウムを加え赤褐色の沈殿 B を得た。最後に，この沈殿をろ過して分離した後，ろ液に再び硫化水素を通し白色の沈殿 C を得た。次の問い(問 5～8)に答えよ。

問 5 A～C の化合物を化学式で示せ。

問 6 下線部(a)で煮沸した理由および希硝酸を加えた理由をそれぞれ述べよ。

問 7 硫化水素は，水溶液中で次に示すように 2 段階で電離して平衡状態となる。



常温常圧での硫化水素の水に対する溶解度が 0.10 mol/L，それぞれの平衡定数  $K_1$ ， $K_2$  が上記の値であったとする。硫化水素水溶液中の硫化物イオンの濃度  $[\text{S}^{2-}]$  を水素イオンの濃度  $[\text{H}^+]$  を用いて表せ。数値計算は有効数字 2 桁で行い，計算過程も示せ。

問 8 空欄 (ア) で設定すべき pH の範囲を整数で答えよ。計算過程も示せ。



**2** 以下の文章を読み、問い(問1～11)に答えよ。

Aは分子式 $C_3H_8O$ の1価のアルコールである。Aの異性体には、Aと同じ官能基をもつBと、異なる官能基をもつCがある。AやBを酸化するとそれぞれ、D、Eとなるが、Dはさらに酸化されてFになる。

分子式 $C_3H_8O_2$ の2価のアルコールのうち、2つのヒドロキシ基が同じ炭素原子に結合していない化合物にはGとHがあるが、このうちGは(ア)炭素原子をもつことから(イ)異性体が存在する。Hには(イ)異性体は存在しない。Hはポリエステルとよばれる高分子の原料となり、たとえば、テレフタル酸とHを脱水縮合させて高分子Iができる。

Jは分子式 $C_3H_8O_3$ の3価のアルコールで、3つの炭素原子すべてにヒドロキシ基をもつ。Jに濃硫酸と濃硝酸の混合物を作用させると、医薬品や爆薬として知られているKになる。

(ウ)はJと3つの脂肪酸とからできるエステルの総称である。化合物1は(ウ)の一種で、(イ)異性体は存在しない。化合物1を、水酸化カリウムを用いて(エ)したところ、2種類の脂肪酸2、3が得られた。一方、2.00 gの化合物1にニッケルを触媒として水素を完全に付加させたところ、標準状態で50.4 mLの水素と反応して化合物4が得られた。1.00 gの化合物4を完全に(エ)するためには189 mgの水酸化カリウムが必要で、反応によって生成した脂肪酸は2だけであった。なお、脂肪酸2、3はいずれも直鎖状の脂肪酸で幾何異性体は存在しない。

問1 A～Fの構造式を示せ。

問2 AとBを酸化してDとEを合成したとき、どちらがDでどちらがEかがわからなくなってしまった。DとEを識別する反応名を記し、その方法を説明せよ。

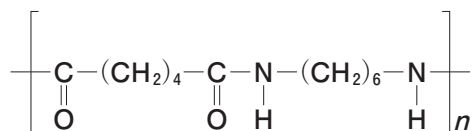
問3 空欄(ア)と(イ)に入る語句を記せ。

問 4 GとHの構造式を示せ。ただし、(イ)異性体については考慮しなくて良い。

問 5 Gの異性体のうち、1価アルコールの構造式を全て示せ。

問 6 高分子 I の構造式を、以下のナイロン 66 の例にしたがって示せ。

(例)



問 7 JとKの化合物名を記せ。

問 8 空欄(ウ)と(エ)に入る語句を記せ。

問 9 脂肪酸 2 の分子式を示せ。計算過程も記すこと。

問10 脂肪酸 3 の構造式を示せ。計算過程も記すこと。

問11 化合物 1 の構造式を示せ。

# 生 物 ㊶

(解答は答案用紙の所定欄に記載せよ)

1 次の文を読み、問1～5に答えよ。

多くの動物で、胚の頭尾軸の決定には、卵の細胞質における不均一性が関与している。例えば、ショウジョウバエの卵細胞の前端にはビコイド遺伝子の mRNA (ビコイド mRNA) が蓄えられており、受精後にその翻訳が始まると、卵細胞の中にビコイドタンパク質の濃度の違いが生じ、この後にはたらく遺伝子の発現に影響して、胚の前後が決まっていく。ショウジョウバエの体は、前から後ろにかけて頭部、胸部、腹部の3つの部分からなり、頭部の前端には先節、腹部の後端には尾節と呼ばれる両端の構造がある(図1A)。ビコイド遺伝子の機能を失った雌<sup>(ア)</sup>から生まれた幼虫では、頭部と胸部が欠失し、先節は尾節に変わり(図1B)、成虫まで育つことはなかった。このような場合も、卵の前端にビコイド mRNA を注入することで、元の構造を回復させることができた。正常な卵の後端にビコイド mRNA を注入すると、腹部の後方が先節、頭部、胸部に置き換わった(図1C)。ビコイド遺伝子の他にも、胚の頭尾軸の形成に関わる遺伝子がいくつか知られている。その1つである遺伝子 X の機能が失われると、胚全体の前後軸に沿った構造はできるが、先節と頭部の前方の一部、および、尾節と腹部の後方の一部が欠失した(図1D)。遺伝子 Y の機能が失われると、体の前方に影響はなく、胸部の領域が後ろまで広がり、腹部が胸部に置き換わるが、尾節は形成された(図1E)。

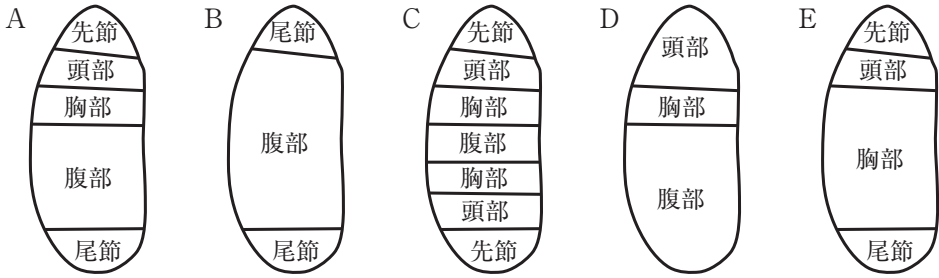


図1 それぞれの実験で発生したショウジョウバエの幼虫を示した模式図

両生類の卵にも偏って存在する細胞質の成分がある。植物極側に蓄えられた mRNA から翻訳されたタンパク質がこの部分の細胞の遺伝子の発現に影響して、内胚葉への分化が生じる。胞胚期になると、植物極側の予定内胚葉の細胞でノーダル遺伝子の発現がはじまり、ノーダルタンパク質が作られ、その作用を受けた細胞は中胚葉の組織へ分化すると考えられている。

問 1 ショウジョウバエや両生類のような動物には頭尾軸以外にも 2 つの体軸がある。そのうちの 1 つ ( a ) は頭尾軸と同じようにその軸に沿って体の形が変わっていくが、もう 1 つ ( b ) はその軸に対して体がおおよそ対称な形になっている。空欄 ( a ) と ( b ) の体軸を答え、それぞれを示す構造の例をあげよ。

問 2 動物には体軸が 1 つしかない形をしたものもある。そのような動物の例を 2 つあげよ。

問 3 正常なビコイド遺伝子と機能を失ったビコイド遺伝子をもったヘテロ接合体の雌雄を掛け合わせることで、下線部(ア)のような個体得られる。このような機能を失ったビコイド遺伝子のホモ接合体が成虫まで発生できるのはなぜか、説明せよ。

問 4 ショウジョウバエの胚の頭尾軸に沿った構造が形成される際に、ビコイドタンパク質、遺伝子 X から作られるタンパク質(X タンパク質)、および、遺伝子 Y から作られるタンパク質(Y タンパク質)は、それぞれどのようにはたらいていると考えられるか、説明せよ。

問 5 ビコイドタンパク質とノーダルタンパク質のはたらきの違いを、以下の語を全て使って説明せよ。

語群：誘導、調節タンパク質、受容体、拡散、分泌、多核、遺伝子発現

2 次の文を読み、問1～5に答えよ。

海中には海藻類がうっそうと茂った海の森(海中林)が存在している。海中林を構成する褐藻アラメの高水温耐性に関する以下の実験を行った。まず、海水温に違いのある福岡県糸島と宮城県南三陸の水深5mを調査地点とした(図1)。両地点からアラメを採集して系統株を作出して、それらを20℃、25℃、30℃で1週間培養して、光合成活性を測定した(図2)。また、両株を30℃で1週間培養して、mRNAとタンパク質の量を網羅的に解析したところ、南三陸株では、遺伝子Zの発現量と遺伝子Zから作られたタンパク質の量が糸島株と比べて有意に低かった。

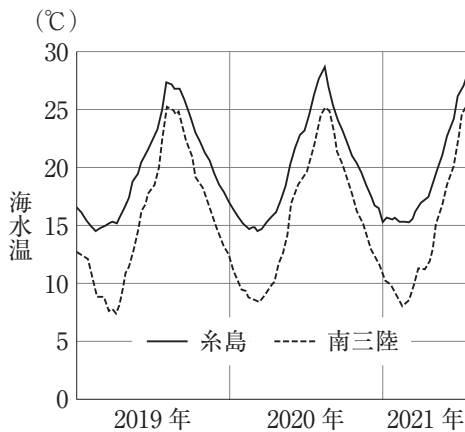


図1 糸島と南三陸の海水温の推移

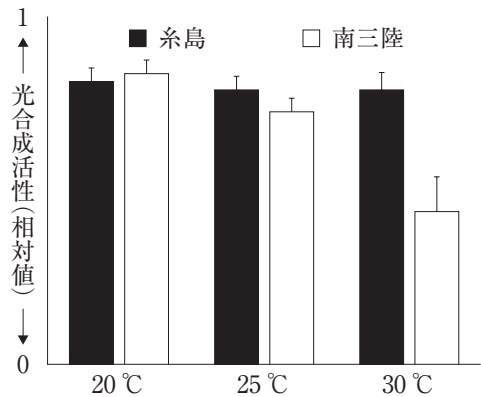


図2 糸島産と南三陸産のアラメ系統株の温度別の光合成活性

問1 アラメは、陸上植物と同じ酸素発生型の光合成をおこなう。この光合成で、酸素が発生しATPが合成されるしくみを、以下の語を全て使って説明せよ。  
[光化学系II, 反応中心, ストロマ,  $e^-$ ,  $H^+$ ,  $H_2O$ , ATP合成酵素]

問2 アラメと一般的な陸上植物の光合成色素の組成を、薄層クロマトグラフィーで調べたところ、アラメには、陸上植物には無いフコキサンチンという色素が存在し、陸上植物に存在するクロロフィルbが無かった。図3のデータをもとに、フコキサンチンの機能と、それがアラメにおいてどのような利点をもたらしているか、述べよ。

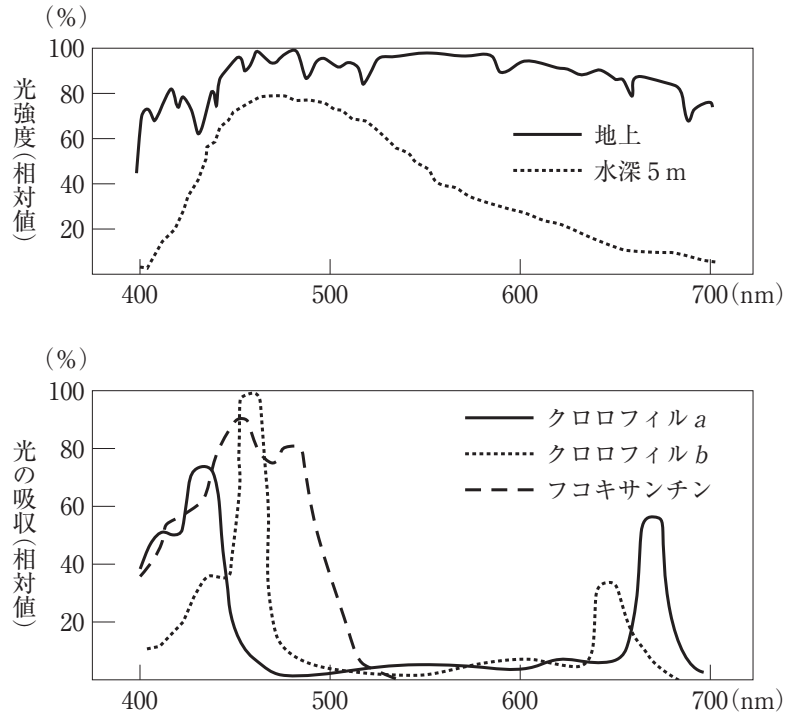


図3 地上と水深5mに届く光強度の実測値(上図)  
クロロフィルとフコキサンチンの吸収スペクトルの実測値(下図)

- 問3 遺伝子Zは、ある種のシャペロンをコードしていた。シャペロンの一般的な機能を説明せよ。
- 問4 図1と図2の情報をもとに、アラメの高水温耐性に関する地域差について説明せよ。また、遺伝子Zの発現量の低いことが光合成活性の低下の原因であると仮定し、遺伝子Zから作られたタンパク質がどのようにアラメの高水温耐性に関与していると考えられるか、述べよ。
- 問5 30℃で、南三陸株における遺伝子Zの発現量が糸島株と比べて低かった原因について、環境応答や転写調節に注目した仮説を2つ立てよ。

## 生 物 ⑧

(解答は答案用紙の所定欄に記載せよ)

1 次の文を読み、問1～3に答えよ。

異なるヒトから採取した血液を混合すると、赤血球が集合してかたまる凝集反応を起こす場合と起こさない場合がある。1901年にランドシュタイナーは、様々な血液の組み合わせによる凝集反応実験を行い、ヒトにはABO式血液型があることを見いだした。

その後の研究により、この凝集反応は血漿<sup>けっしょう</sup>に存在する特殊な大型抗体と赤血球との抗原抗体反応であることがわかった。A型血液のヒトの血漿には抗B型抗体があり、B型の赤血球と出会うと抗原抗体反応を起こし凝集する。B型血液のヒトの血漿には抗A型抗体があり、A型の赤血球と出会うと抗原抗体反応を起こし凝集する。ヒトは抗A型抗体と抗B型抗体を産生する能力をもっているが、自身の赤血球抗原に対する抗体産生細胞は胎児のうちに除去されている。なお、抗体の産生は生後約6ヶ月から活発になる。

異なる血液型の赤血球表面には異なる糖分子が存在する。A型の赤血球表面はN-アセチルガラクトサミンで特徴づけられており、B型の赤血球表面はガラクトースで特徴づけられている。つまり、これらの糖に抗体が反応することが凝集を起こすしくみである。O型の赤血球表面には、いずれの糖も存在しない。これらの糖は異なる酵素によって付加されるが、両酵素をコードする遺伝子は、9番染色体の同一の場所に存在する。A型血液のヒトの場合には、N-アセチルガラクトサミンを付加する酵素をコードする遺伝子Aが、B型血液のヒトの場合には、ガラクトースを付加する酵素をコードする遺伝子Bが、この遺伝子座に存在する。



問 1 表 1 には、各血液型のヒトがもつ抗原と抗体の種類が記されている。(ア)と(イ)を埋めよ。

表 1 各血液型のヒトがもつ抗原と抗体の関係

血液型 (表現型)	A 型	B 型	AB 型	O 型
抗原	N-アセチル ガラクトサミン	ガラクトース	(ア)	なし
抗体	抗 B 型抗体	抗 A 型抗体	(イ)	抗 A 型抗体 抗 B 型抗体

問 2 妊婦は、自らの血液型とは異なる血液型の胎児を体内にもつ場合がある。しかし妊婦自身および胎児の血液が凝集することはほとんどない。どのようなしくみで妊婦および胎児の血液の凝集は回避されていると考えられるか記述せよ。

問 3 N-アセチルガラクトサミンを付加する酵素の遺伝子 A と、ガラクトースを付加する酵素の遺伝子 B では、おもに 4 カ所の塩基が異なっている(図 1)。そのうち 796 番目と 803 番目の変化が酵素の基質特異性に大きく影響していることがわかっている。また血液型が O 型のヒトの遺伝子座には、遺伝子 A と比較して 1 カ所だけ塩基が欠失している塩基配列 O が存在する。

```

遺伝子  1      261    526    703    796    803
A      AT...G.....C.....G.....C.....G.....
B      AT...G.....G.....A.....A.....C.....
O      AT...-.....C.....G.....C.....G.....
  
```

図 1 ABO 式血液型遺伝子の塩基配列に見られる違い  
数値は mRNA の翻訳開始の塩基を 1 とした塩基数を表す。

- (1) *N*-アセチルガラクトサミンを付加する酵素とガラクトースを付加する酵素において、図 1 の 4 カ所の塩基配列の違いはタンパク質のどのような部位に存在すると予想されるか。またこの予想を確かめるためには、どのような実験を行えばよいか。予想と実験を記述せよ。
- (2) O 型血液の赤血球表面にはいずれの糖も付加されないしくみを、1 カ所の塩基の欠失から説明せよ。
- (3) 子の血液型が O 型の場合、両親において糖を付加する酵素の遺伝子の遺伝子型は一般的にどのようなになっているか、すべての可能性をあげよ。遺伝子の名称は、A, B, O を利用して、(母親遺伝子型, 父親遺伝子型)のかたちで記述せよ。なお、ここでは遺伝子における乗換えは考慮しない。
- (4) 表現型が A 型の子において両親の表現型を調べたところ、B 型と O 型であった。このようなまれな現象が発生するには、減数分裂時に糖を付加する酵素の遺伝子座にどのような乗換えが起こったと考えられるか。推定される現象を説明せよ。

2 次の文を読み、問1～6に答えよ。

骨格筋の神経筋接合部では、運動ニューロンの電気信号を化学信号に変換し伝達するしくみが備わっている。この化学信号を伝える神経伝達物質のアセチルコリンが、筋細胞膜上に存在するアセチルコリン受容体に結合することで筋収縮が生じる。いっぽう、心筋は、自発的に繰り返し発生する電気信号により自律的に収縮しており、心筋細胞が集まることで全体としてリズムカルな拍動を生み出す。心拍数は、自律神経からの神経伝達による影響を受け、交感神経から放出されるアドレナリンによって増加し、副交感神経から放出されるアセチルコリンによって減少する。このような骨格筋と心筋のはたらき方の違いを生み出すメカニズムを調べるために、以下の実験を行った。

**実験1**：運動ニューロンがついたカエルの骨格筋標本を、ナトリウムイオン、カリウムイオン、カルシウムイオン、塩化物イオンを含むリンガー液に浸した。運動ニューロンに、短い1回の電気刺激(電気パルス刺激)を与えると骨格筋が1回単収縮した。その時の骨格筋の収縮力は、図1のようになった。

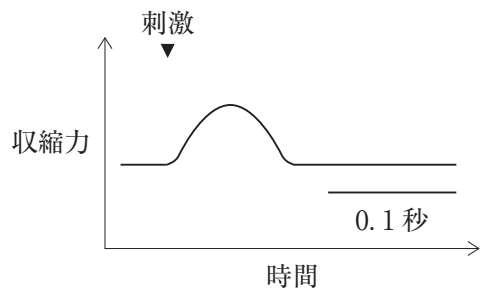


図1 電気パルス刺激に対する骨格筋の収縮力

**実験2**：実験1で、リンガー液の組成のうちカルシウムイオンを除いた場合、またはカルシウムイオンを同じ二価の陽イオンであるマグネシウムイオンに置換した場合、運動ニューロンに電気パルス刺激を与えても骨格筋は収縮しなかった。いっぽう、運動ニューロンの内部に直接カルシウムイオンを注入したところ、運動ニューロンに電気パルス刺激を与えなくても骨格筋が収縮した。また、筋細胞内に直接カルシウムイオンを注入しても筋収縮が生じた。

**実験3**：実験1で、1秒間に50回以上の高頻度で0.5秒間程度、運動ニューロンに電気パルス刺激を与え続けると、図2のように骨格筋の収縮力が急激に減少し、電気パルス刺激を与えてもまったく収縮しなくなった。

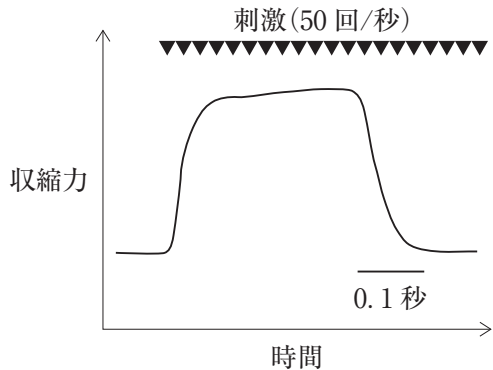
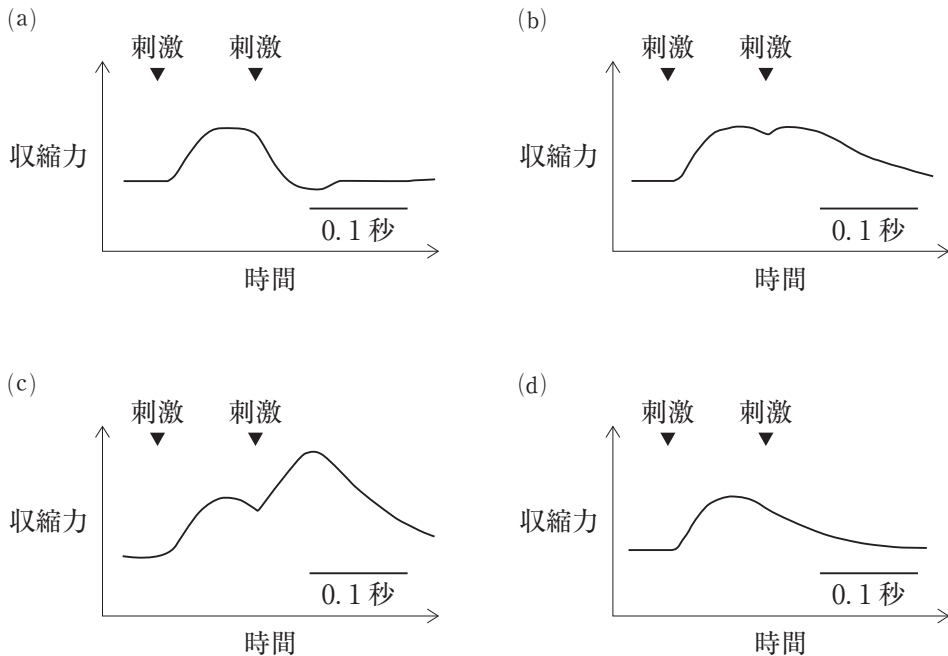


図2 高頻度の電気パルス刺激を与えたときの骨格筋の収縮力

**実験4**：副交感神経がついたカエルの心臓Aをリンガー液に浸し、その副交感神経に電気パルス刺激を与えたところ、心臓Aの拍動は、ゆっくりになった。

**実験5**：骨格筋を解離して得た単一の骨格筋細胞の活動電位の持続時間は、0.01秒程度であるのに対して、単一の心筋細胞は、0.2秒程度の持続時間の長い活動電位を発生していた。電気パルス刺激により心筋細胞が収縮した0.1秒後に新たな電気パルス刺激を与えても心筋細胞の収縮力は変化しなかった。

問 1 実験1で、電気パルス刺激を0.1秒間隔で2回与えた場合に観測される収縮力は次の(a)~(d)のうちどれになると予想されるか。記号を1つ選び、選んだ理由とともに解答欄に記せ。



問 2 実験2で、カルシウムイオンをマグネシウムイオンに置き換えたリンガー液中で、運動ニューロン付近に、カルシウムイオン溶液を吹きかけた。次の(ア)、(イ)、(ウ)の場合、筋肉は収縮するか・しないかをその根拠とともに解答欄に記せ。

- (ア) 運動ニューロンに電気パルス刺激を与える0.1秒前に吹きかける。
- (イ) 運動ニューロンに電気パルス刺激を与えた0.1秒後に吹きかける。
- (ウ) 運動ニューロンに電気パルス刺激を与えずに、ただ吹きかける。

問 3 実験3で、高頻度の電気パルス刺激を与えた骨格筋の収縮力が急激に減少した理由について、考えられる可能性を1つ述べよ。

問 4 実験4で，副交感神経に電気パルス刺激を与えた直後の心臓 A 周辺のリンガー液に別のカエルから摘出した心臓 B を浸すと，心臓 B の拍動はどのようなと考えられるか，根拠とともに述べよ。

問 5 実験5の結果で，2回目の電気パルス刺激に対して心筋細胞が応答できないのはどのような理由によると考えられるか述べよ。

問 6 実験5に示されている，個々の骨格筋細胞と心筋細胞の収縮の特徴の違いが，骨格筋や心臓のはたらきの違いにどのように反映されていると考えられるか述べよ。