物理Ａ [1]

(1) 理想気体の圧力を P とすると状態方程式 $PSH_0 = RT_0$ より、

$$P = \frac{RT_0}{SH_0}$$

張力を F とするとピストンに働く力の釣り合い $F + PS = P_0S + Mg$ より、

$$F = P_0S + Mg - PS = P_0S + Mg - \frac{RT_0}{H_0}$$

(2) 絶対温度を T、圧力を P' とすると状態方程式 $P'SH_0 = RT$ と力の釣り合い $P'S = Mg + P_0S$ より、

$$T = \frac{H_0}{R}P'S = \frac{H_0}{R}(Mg + P_0S)$$

定積変化なので熱力学第 1 法則より加えられた熱量 Q は、

$$Q = \frac{3}{2}R(T - T_0) = \frac{3}{2}(H_0Mg + H_0P_0S - RT_0)$$

(3) 絶対温度を T' とすると状態方程式 $(P_0 + Mg/S)H_1S = RT'$ より、

$$T' = \frac{H_1}{R}(P_0S + Mg)$$

このとき、内部エネルギーの変化は $\Delta U = \frac{3}{2}R(T' - T) = \frac{3}{2}(H_1 - H_0)(P_0S + Mg)$ である。気体がした仕事は $\Delta W = (H_1 - H_0)(P_0S + Mg)$ なので、熱力学第 1 法則より加えた熱量 Q' は、

$$Q' = \Delta U + \Delta W = \frac{5}{2}(H_1 - H_0)(P_0S + Mg)$$

(4) 圧力を P'' とすればピストンに働く力の釣り合い $P''S = P_0S + Mg + k\Delta L$ より、

$$P'' = P_0 + \frac{Mg}{S} + \frac{k\Delta L}{S}$$

絶対温度を T'' とすれば状態方程式 $P''H_1S = RT''$ より、

$$T'' = \frac{P''H_1S}{R} = \frac{H_1}{R}(P_0S + Mg + k\Delta L)$$

(5) 圧力を P''' とすればピストンに働く力の釣り合い $P'''S = Mg + P_0S$ より、

$$P''' = P_0 + \frac{Mg}{S}$$

絶対温度を T''' とすれば状態方程式 $P'''S(H_1 - \Delta L) = RT'''$ より、

$$T''' = \frac{H_1 - \Delta L}{R}(P_0S + Mg)$$

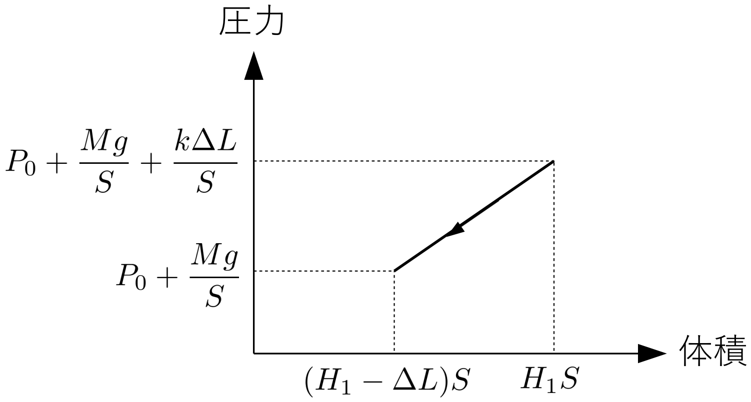
(6) ピストンが x だけ下がったときの圧力を $\tilde{P}$ とすれば、ピストンに働く力の釣り合い $\tilde{P}S = P_0 S + Mg + k(\Delta L - x)$ より、

$$\tilde{P} = P_0 + \frac{Mg}{S} + \frac{k(\Delta L - x)}{S}$$

このときの体積は $\tilde{V} = (H_1 - x)S$ で与えられるので、

$$\tilde{P} = P_0 + \frac{Mg}{S} + \frac{k}{S^2}[\tilde{V} - (H_1 - \Delta L)S]$$

従って、圧力と体積の変化を図で表すと次のようになる。



(7) 内部エネルギーの変化 $\Delta U = \frac{3}{2}R(T''' - T'')$ は、

$$\begin{aligned}\Delta U &= \frac{3}{2}(H_1 - \Delta L)(P_0 S + Mg) - \frac{3}{2}H_1(P_0 S + Mg + k\Delta L) \\ &= -\frac{3}{2}(P_0 S + Mg + H_1 k)\Delta L\end{aligned}$$

理想気体がした仕事 ΔW は前問のグラフの台形の面積より、

$$\begin{aligned}\Delta W &= \frac{1}{2}\left(P_0 + \frac{Mg}{S} + \frac{k\Delta L}{S} + P_0 + \frac{Mg}{S}\right)[(H_1 - \Delta L)S - H_1 S] \\ &= -(P_0 S + Mg)\Delta L - \frac{1}{2}k(\Delta L)^2\end{aligned}$$

よって、取り除かれた熱量の大きさ Q'' は熱力学第 1 法則より

$$Q'' = |\Delta U + \Delta W| = \frac{5}{2}(P_0 S + Mg)\Delta L + \frac{3}{2}kH_1\Delta L + \frac{1}{2}k(\Delta L)^2$$

物理 A

$\boxed{2}$

【解答例】

(1) v[m/s]、S[N] or [kg · m/s^2]、ρ[kg/m] であることから、物理量の次元から $v = \sqrt{S/\rho}$。よって、問題における $x = 1/2, y = -1/2$ である。

(2) 基本振動なので波長 $\lambda_1 = 2\ell$、振動数 $f_1 = v/2\ell$ なので、$v = f\lambda$ の関係であることがわかる。

(3) $f = v/(3\ell/2) = \frac{4}{3}f_1$

(4) 弦 A の線密度 ρ に対して、弦 B の線密度は ρ_B とすると、(1) より $\frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{Mg}{\rho}} = \frac{1}{(3\ell/2)}\sqrt{\frac{M'g}{\rho_B}}$ なので、$\frac{\rho_B}{\rho} = \frac{16}{9}\frac{M'}{M}$

(5) 弦 C の固有振動数を f_2 とする。$f_1 - f_2 = \pm n$ であり、弦 A の長さを短くするとうなりが消えたので、振動数が大きくなるとうなりが消えたことになる。よって、$f_2 = f_1 + n = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{Mg}{\rho}} + n$

(6) $f_2 = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{Mg}{\rho_c}}$ と表されるので、弦 C の線密度は $\rho_c = \frac{Mg}{(\sqrt{Mg/\rho}+2\ell n)^2}$

(7) 取り替えたおもりの質量を M_c、おもりを取り替えたときの振動数 f_2' とする。うなりが消えたことから $f_1 = f_2'$ なので、$M_c = \frac{\rho_c}{\rho}M$. (6) から $\frac{\rho_c}{\rho} = \frac{Mg}{(\sqrt{Mg}+2\ell n\sqrt{\rho})^2} < 1$ なので、M より小さいことがわかる。

物理Ⓑ $\boxed{1}$

【解答例】

(1) 運動方程式 $ma = -\mu' mg$ より加速度 $-\mu' g$ なので、水平面の右端の速度 v' は、$v'^2 - v^2 = -2(L/2)\mu' g$

以上から、$v'^2 > 0$ より $v > \sqrt{L\mu' g}$

(2) $v'^2 = v^2 - L\mu' g$ および、エネルギー保存則 $\frac{1}{2}mv'^2 = mgR$ より、$v = \sqrt{(2R + L\mu')g}$

(3) $v_1^2 - v'^2 = -\mu' Lg$ より、$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2\mu' Lg}$

(4) 左側の直線経路端では速度 v_1' であったとすると、$v_1'^2 - v_1^2 = -\mu' Lg$ および、$\frac{1}{2}mv_1'^2 = mgh_1$ より、$h_1 = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{3}{2}\mu' L$

(5) n 回目に点 O を通過する速さ v_n と、$n-1$ 回目に点 O を通過する速さ v_{n-1} とすると、$v_n^2 - v_{n-1}^2 = -2\mu' Lg$ より、$v_n^2 - v_0^2 = -2n\mu' Lg$ を得る。これより、$v_n = \sqrt{v_0^2 - 2n\mu' Lg}$

(6) 点 O を通過するための条件は、$v_n > 0$ および $v_n^2 > 0$ より $\mu' < \frac{v_0^2}{2ngL}$

(7) 次の 2 通りを考える。

(i) n 回目に点 O を通過した後に水平経路上で運動が止まるとき、点 O から運動が止まった位置までの距離を x とすると、$v_n^2 = 2\mu' gx$ より $x = \frac{v_0^2}{2\mu' g} - nL$

(ii) 一方、n 回目に点 O を通過した後、さらに水平経路を通過して円弧経路上で折り返した場合、円弧経路の下端での速さを v_n' とすると、$v_n'^2 = v_0^2 - (2n+1)\mu' Lg$

経路の接続位置から、中心Oの方向に y だけ進んで止まったとすると、$y = \frac{v_0^2}{2\mu' g} - \frac{2n+1}{2}L$ であり、このとき中心Oからの距離は $L/2 - y = (n+1)L - \frac{v_0^2}{2\mu' g}$ となる。

物理 B

$\boxed{2}$

(1) 金属板の面積 S、距離 $z_0+\Delta z_1$、誘電率 ε_0 のコンデンサーの電気容量なので、

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{z_0+\Delta z_1}$$

(2) スイッチが開いている場合、電気量 Q は変化しないので、

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{Q^2}{2C_1} \\ &= \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}(z_0+\Delta z_1) \\ (&= U + \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}\Delta z_1 \quad) \end{aligned}$$

(3) F_1 は、静電気力によって金属板が受ける力 F と大きさが等しく逆向きの力である。
また、F_1 がした仕事が、金属板が移動したことによる静電エネルギーの変化と等しいので、

$$\begin{aligned} F_1\Delta z_1 &= U_1 - U \\ F &= -F_1 = -\frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \end{aligned}$$

(4) 金属板移動後のコンデンサーの電気容量 C_2 は $\frac{\epsilon_0 S}{z_0+\Delta z_2}$ である。
スイッチが閉じている場合、電圧 V は変化しないので、

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{1}{2}C_2V^2 \\ &= \frac{V^2}{2}\frac{\epsilon_0 S}{z_0+\Delta z_2} \\ &= \frac{\epsilon_0 SV^2}{2z_0}(1-\frac{\Delta z_2}{z_0}) \\ (&= U - \frac{\epsilon_0 SV^2}{2z_0^2}\Delta z_2 \quad) \end{aligned}$$

(5) 金属板移動後のコンデンサーの電気容量 C_2、電圧 V より、

$$\begin{aligned} Q_2 &= C_2V \\ &= \frac{\epsilon_0 S}{z_0+\Delta z_2}V \\ &= \frac{\epsilon_0 SV}{z_0}(1-\frac{\Delta z_2}{z_0}) \\ (&= Q - \frac{\epsilon_0 SV}{z_0^2}\Delta z_2 \quad) \end{aligned}$$

(6) 電気量の変化 (Q_2-Q)、電圧 V より、

$$\begin{aligned} E_2 &= -(Q_2-Q)V \\ &= \frac{\epsilon_0 SV^2}{z_0^2}\Delta z_2 \end{aligned}$$

(7) F_2 は、静電気力によって金属板が受ける力 F と大きさが等しく逆向きの力である。
また、F_2 がした仕事が、コンデンサーの静電エネルギーの変化と電池に戻されるエネルギーの和に等しいので、

$$\begin{aligned} F_2\Delta z_2 &= U_2 - U + E_2 \\ F &= -F_2 = -\frac{\epsilon_0 SV^2}{2z_0^2} \end{aligned}$$