

数学共通

(理学部用)

注意事項

試験開始の合図があるまでは、この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は3ページである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1 以下の問いに答えよ.

- (1) $k^2 + 2$ が素数となるような素数 k をすべてみつけよ. また, それ以外にないことを示せ.
- (2) 整数 l が 5 で割り切れないとき, $l^4 - 1$ が 5 で割り切れることを示せ.
- (3) $m^4 + 4$ が素数となるような素数 m は存在しないことを示せ.

2 共通の接線 l をもつ円 C_1, C_2, C_3 の半径をそれぞれ r_1, r_2, r_3 とする. これらの円のどの二つも互いに外接しており, C_3 は l, C_1, C_2 に囲まれた領域に含まれているものとする. 以下の問いに答えよ.

(1) $\frac{1}{\sqrt{r_3}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{1}{\sqrt{r_2}}$ となることを示せ.

(2) $r_3 = 1$ のとき, $r_1 + r_2$ の取り得る値の最小値を求めよ.

3 $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ とし、関数 $y = f(x)$ のグラフを C とする。以下の問いに答えよ。

- (1) C の接線のうち点 $(1, \frac{1}{2})$ を通るものをすべて求めよ。
- (2) C 上の点 $(t, f(t))$ における接線と y 軸との交わりを $(0, g(t))$ とする。 t の関数 $g(t)$ は一点のみで最大値をとることを示せ。
- (3) (2) の $g(t)$ が最大となるときの C の接線を l とする。 曲線 C , y 軸, および接線 l で囲まれた領域の面積を求めよ。