

# 数学・物理・化学・生物

## 注意事項

試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。

1. 数学科、化学科、生物学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題、及び出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

物理学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

情報科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から2科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

食物栄養学科、人間・環境科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

### 問題選択一覧表

(◎印：必須科目、○印：選択科目)

学 科 名		数 学 専 門 ①	数学②	物理①	物理②	化学①	化学②	生物①	生物②
理 学 部	数 学 科	◎			○		○		○
	物 理 学 科		◎	◎	◎				
	化 学 科				○	◎	◎		○
	生 物 学 科				○		○	◎	◎
	情 報 科 学 科		○		○		○		○
生 活 科 学 部	食 物 栄 養 学 科				○		○		○
	人 間 ・ 環 境 科 学 科				○		○		○

2. この冊子の本文は40ページまでである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出ること。

3. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

4. この問題冊子及び下書用紙は持ち帰ること。

## 数 学 専 門 ①

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に  
書くこと。

**1**  $a > b > 0$ として、座標平面上の楕円  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  を  $C$  とおく。  $C$  上の点  $P(p_1, p_2)$  ( $p_2 \neq 0$ ) における  $C$  の接線を  $l$ 、法線を  $n$  とする。

(1) 接線  $l$  および法線  $n$  の方程式を求めよ。

(2) 2点  $A(\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ ,  $B(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$  に対して、法線  $n$  は  $\angle APB$  の二等分線であることを示せ。

**2**  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ,  $z_0 = 1$  とする. 複素数平面の原点を  $O$ ,  $z_0$  のあらかず点を  $A_0$  とする. 線分  $OA_0$  を直径とする円上の点  $A_1(z_1)$  で  $z_1 \neq 0$ ,  $\angle A_0OA_1 = \theta$  であり  $\frac{z_1}{z_0}$  の虚部が正であるものを考える. 同様に  $n = 1, 2, \dots$  に対して, 線分  $OA_n$  を直径とする円上の点  $A_{n+1}(z_{n+1})$  で  $z_{n+1} \neq 0$ ,  $\angle A_nOA_{n+1} = \frac{\theta}{2^n}$  であり  $\frac{z_{n+1}}{z_n}$  の虚部が正であるものを考える. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) すべての自然数  $n$  について次が成り立つことを示せ.

$$|z_n| = \frac{\sin 2\theta}{2^n \sin\left(\frac{\theta}{2^{n-1}}\right)}$$

(2)  $0 < x < \theta$  のとき,  $\frac{\sin \theta}{\theta} < \frac{\sin x}{x} < 1$  が成り立つことを示せ.

(3) 三角形  $A_nOA_{n+1}$  の面積を  $S_n$  とするとき, 次が成り立つことを示せ.

$$\frac{\sin^2 2\theta}{8\theta} < \sum_{n=1}^{\infty} S_n < \frac{\sin^2 2\theta}{8 \sin \theta}$$

**3**  $x > 1$  で定義された  $x$  の 3 つの関数

$$I(x) = e^{-2x} \int_{1-x}^{x-1} e^{-t^2} dt,$$

$$J(x) = e^{-2x} \int_1^x \left(1 + \frac{x}{t^2}\right) e^{-\left(t - \frac{x}{t}\right)^2} dt,$$

$$K(x) = 2 \int_1^x e^{-t^2 - \frac{x^2}{t^2}} dt$$

を考える.  $x > 1$  に対して, 以下が成り立つことを示せ. ただし,  
 $e = 2.7182818 \dots$  であることは用いてよい.

(1)  $I(x) = J(x)$

(2)  $J(x) = K(x)$

(3)  $K(x) < 3e^{-2x}$

## 数 学 ⑧

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。

**1**  $a > b > 0$ として、座標平面上の楕円  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  を  $C$  とおく。  $C$  上の点  $P(p_1, p_2)$  ( $p_2 \neq 0$ ) における  $C$  の接線を  $l$ 、法線を  $n$  とする。

- (1) 接線  $l$  および法線  $n$  の方程式を求めよ。
- (2) 2点  $A(\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ ,  $B(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$  に対して、法線  $n$  は  $\angle APB$  の二等分線であることを示せ。

**2**  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ,  $z_0 = 1$  とする. 複素数平面の原点を  $O$ ,  $z_0$  のあらかず点を  $A_0$  とする. 線分  $OA_0$  を直径とする円上の点  $A_1(z_1)$  で  $z_1 \neq 0$ ,  $\angle A_0OA_1 = \theta$  であり  $\frac{z_1}{z_0}$  の虚部が正であるものを考える. 同様に  $n = 1, 2, \dots$  に対して, 線分  $OA_n$  を直径とする円上の点  $A_{n+1}(z_{n+1})$  で  $z_{n+1} \neq 0$ ,  $\angle A_nOA_{n+1} = \frac{\theta}{2^n}$  であり  $\frac{z_{n+1}}{z_n}$  の虚部が正であるものを考える. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) すべての自然数  $n$  について次が成り立つことを示せ.

$$|z_n| = \frac{\sin 2\theta}{2^n \sin\left(\frac{\theta}{2^{n-1}}\right)}$$

(2)  $0 < x < \theta$  のとき,  $\frac{\sin \theta}{\theta} < \frac{\sin x}{x} < 1$  が成り立つことを示せ.

(3) 三角形  $A_nOA_{n+1}$  の面積を  $S_n$  とするとき, 次が成り立つことを示せ.

$$\frac{\sin^2 2\theta}{8\theta} < \sum_{n=1}^{\infty} S_n < \frac{\sin^2 2\theta}{8 \sin \theta}$$

## 物 理 ㉠

- 解答は答案用紙に書くこと。
- 答案には、結果の式や数値のみでなく、導出方法も記述せよ。たとえ時間内に結果が完全に得られない場合でも、考え方の筋道や方針を記述せよ。

1 ある一定の振動数  $f$  で媒質を振動させる波源から発生した波動は、媒質中を一定の速さ  $V$  で周囲に伝わり、空間的に離れた別の場所で媒質の変位を生じさせる。波源による媒質の振動、振動の伝わり方および媒質の変位に関する性質は次のように記述できる。

- ① 波源が置かれた位置における媒質の変位は次の式によって与えられる。

$$y_0(t) = A \sin(2\pi ft)$$

- ② ある時刻  $t$ 、位置  $x$  における変位  $y(x, t)$  は、時間  $a$  ( $a > 0$ ) だけ経過した後には波の進行方向に距離  $Va$  だけ離れた位置に伝わる。すなわち、 $x$  軸方向に伝わる波に関して

$$y(x + Va, t + a) = cy(x, t)$$

が成り立つ。ここで、 $c$  は振幅の減衰の効果を表す係数である。以下の問いでは、波源と観測者の間の距離は、観測者(または波源)の移動する距離に比べて十分大きいとして、 $c$  は定数とみなしてよい。

図1に示すように、 $x$  軸上の位置  $x = X$  ( $X > 0$ ) に固定された波源が変位  $y_0(t)$  にしたがって媒質を振動させているとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 位置  $x$  ( $x < X$ ), 時刻  $t$  における媒質の変位を求めよ。
- (2) 時刻  $t = 0$  に  $x = 0$  にいた観測者が一定の速さ  $v$  で波源に向かって移動しているとき, この観測者が観測する媒質の変位の時間変化を求めよ。
- (3) 問(2)の観測者が観測する波の振動数を求めよ。

次に, 図2に示すように,  $x = 0$  に静止した観測者に向かって,  $x$  軸正方向から波源が一定の速さ  $v$  で近づいていく場合を考える。波源は  $y_0(t)$  にしたがって媒質を振動させ, 時刻  $t = 0$  で  $x = X$  を通過するものとする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (4) 時刻  $t$  に観測者に到達する媒質の変位は, それより前の時刻  $t_1$  に波源より発生したものである。 $t_1$  を  $X$ ,  $v$ ,  $V$  および  $t$  を使って表せ。
- (5) この観測者が観測する媒質の変位の時間変化を求めよ。
- (6) この観測者が観測する波の振動数を求めよ。

ある振動数を発生する音源が静止した観測者に向かって一定の速さで移動するとき, 観測者には音の振動数が異なって聞こえるというドップラー効果を検証してみたい。音源が発する音の振動数を  $f = 1000[\text{Hz}]$ , 音速を  $340[\text{m/s}]$  として以下の問いに答えよ。

- (7) 振動数が  $5.0\%$  変化するためには, この音源はどれくらいの速さ  $[\text{km/h}]$  で観測者に向かって移動すればよいか。有効数字2桁で答えよ。



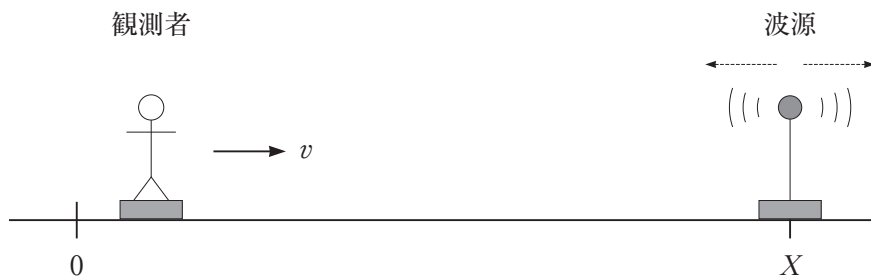


図 1 :  $x = X$  に置かれた波源に向かって観測者が速度  $v$  で近づく様子。

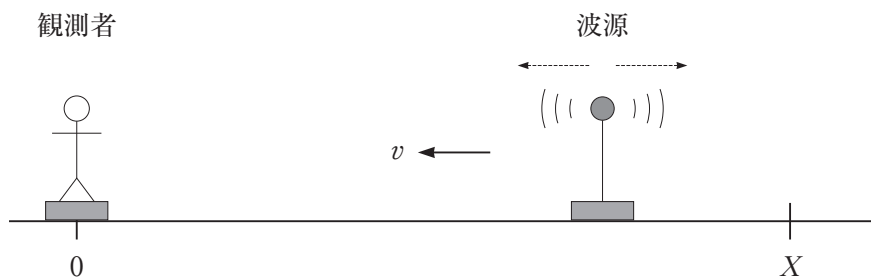


図 2 :  $x = 0$  に静止した観測者に向かって波源が近づく様子。

2

図1のように、空気中に固定された平行板コンデンサーCの間に誘電体Dを挿入することを考える。誘電体Dは、ばねKとつながっている。コンデンサーCの電極板は、長方形である(図2)。誘電体Dは直方体であり、厚みは極板間距離に一致し、図1において紙面と垂直な方向の長さ(奥行き)も極板と一致している。誘電体Dはたわまず、極板間になめらかに挿入でき、極板の幅方向にのみ移動できる。誘電体Dは、コンデンサーCの幅に比べて十分長いとする。誘電体Dの右端を $x$ だけ挿入したとき、誘電体Dが位置 $x$  ( $0 < x < l$ )にあるという。 $x = 0$ のとき、ばねKは自然長となる。

誘電体Dは、ばねKによる弾性エネルギーとコンデンサーCによる静電エネルギーの変化にともなって運動する。以下ではこれについて考えよう。

はじめに弾性エネルギーについて考える。

- (1) 誘電体Dが位置 $x$ にあるとき、ばねK(ばね定数 $k$ )に蓄えられている弾性エネルギーを答えよ。
- (2) このとき誘電体Dは、弾性エネルギーを増やす向きと減らす向きのどちらに動こうとするか答えよ。

次に、コンデンサーCの二つの極板にそれぞれ電気量 $Q$ 、 $-Q$ を帯電させたときの静電エネルギーについて考える。コンデンサーCの内部に発生する電場は一様である。

- (3) 誘電体Dが位置 $x$ にあるときのコンデンサーCの電気容量を求めよ。ただし、誘電体Dの誘電率を空気の誘電率の $1 + p$ 倍 ( $p > 0$ )、平行板コンデンサーCの幅を $l$ 、誘電体Dを挿入していないときの電気容量を $C$ とする。

- (4) このとき、コンデンサー C に蓄えられた静電エネルギーが、

$$E_0 \left(1 + \frac{x}{L}\right)^{-1}$$

と表せることを示し、 $E_0$  と  $L$  を求めよ。ただし、 $E_0$ 、 $L$  は  $x$  に依存しない正の定数である。

以下、コンデンサー C が上記のように帯電した状態で、誘電体 D の運動について考える。このとき運動エネルギー、弾性エネルギー、静電エネルギーの和は保存されている。

- (5) ①弾性エネルギー、②静電エネルギー、③それらの和の概形を、横軸  $x$ 、縦軸エネルギーのグラフに描け。

- (6) コンデンサー C の左端からわずかに誘電体 D を挿入し、静かに離した。誘電体 D はどちらの方向に動くか理由を含めて説明せよ。

- (7) 誘電体 D はその後、どのような運動をするか理由を含めて説明せよ。

最後に、誘電体 D を挿入して静かに離すことを、徐々に深くまで挿入しながら繰り返した。その結果、挿入位置が  $x_1$  に達したとき、その後運動した誘電体 D はコンデンサー C の左端から外に出た。

- (8) 誘電体 D を離れた位置  $x_1$  が満たす式を求め、その理由を述べよ。

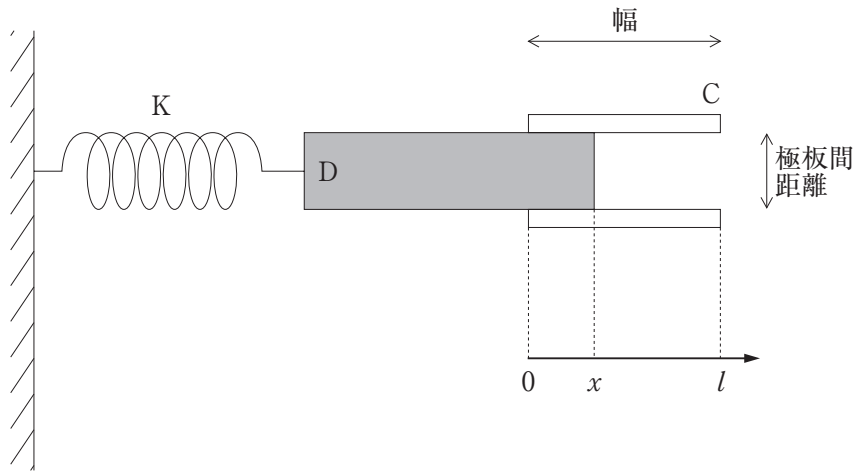


図 1

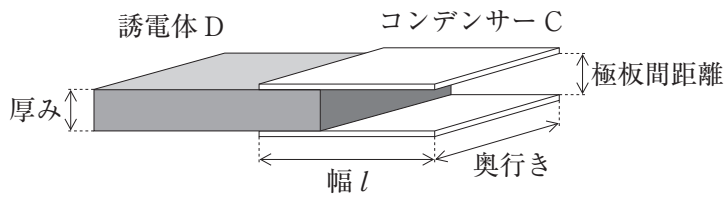


図 2

## 物 理 ⑧

- 解答は答案用紙に書くこと。
- 答案には，結果の式や数値のみでなく，導出方法も記述せよ。たとえ時間内に結果が完全に得られない場合でも，考え方の筋道や方針を記述せよ。

1 水平な平面上をなめらかに運動する2つの円盤の衝突について考える。円盤の半径はともに  $r$  であり，質量  $m_1$  の円盤 A を速さ  $v$  で，静止した質量  $m_2$  の円盤 B に衝突させる。図 1 に示すように，円盤 B の中心が  $xy$  平面の原点に，円盤 A が  $x$  軸の正方向に運動するように座標系をとる。円盤 A の中心は  $x$  軸から  $b$  ( $0 \leq b < 2r$ ) だけ離れた直線上を進むものとする。

円盤が回転する効果は無視して，この衝突過程を考えてみる。2つの円盤の衝突は弾性衝突とし，衝突の瞬間に2つの円盤の接点において円の接線に垂直な方向にのみ力が作用するものとする。

最初に  $b = 0$  の場合，すなわち2つの円盤が  $x$  軸上を運動する場合について以下の問いに答えよ。衝突後の円盤 A と B の速度ベクトルの  $x$  成分をそれぞれ  $v_1$  および  $v_2$  とする。

- (1) 衝突後の2つの円盤の速度  $v_1$  および  $v_2$  をそれぞれ求めよ。また，衝突前後の2つの円盤の速度の間に， $v_1 - v_2 = -v$  の関係が成り立つことを示せ。
- (2) 衝突によって円盤 A が失うエネルギー  $\Delta E$  を求めよ。
- (3)  $m_2$  が  $m_1$  に比べて非常に大きいとき，衝突によって円盤 A の運動エネルギーはほとんど変わらないことを説明せよ。

次に、 $b \neq 0$  の場合について考える。2つの円盤が衝突する瞬間の接点を P とする。図 2 に示すように、点 P の位置を表す角度  $\alpha$  と衝突後の円盤 A の速度ベクトルの向きを表す角度  $\theta$  を定義する。

- (4) 角度  $\alpha$  と  $b$  の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (5) 衝突後の円盤 A のエネルギー  $E_1$  を求めよ。答えは  $b$  ではなく  $\alpha$  を使って表せ。
- (6) 円盤 A の質量  $m_1$ 、衝突前の速さ  $v$  および  $\alpha$  が決まっているとき、問(5)で求めた  $E_1$  が最も小さくなるのは円盤 B の質量  $m_2$  がいくらのときか。
- (7) 問(6)の条件が満たされているとき、角度  $\theta$  を  $\alpha$  を使って表せ。

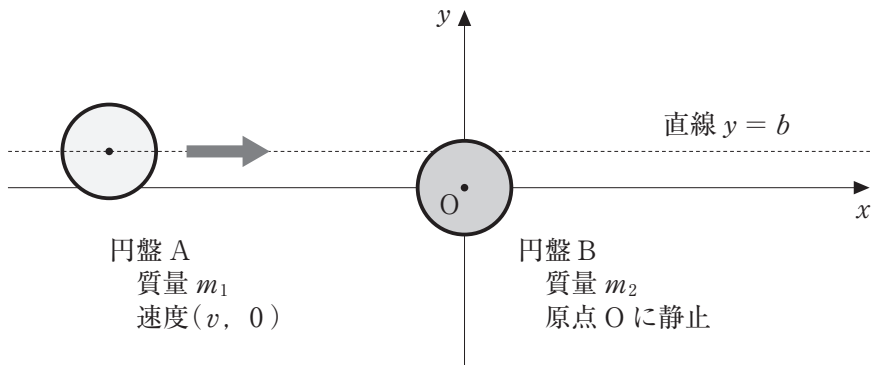


図 1 : 原点  $O$  に静止した円盤 B に向かって,  $x$  軸に平行に速さ  $v$  で円盤 A が衝突する様子。円盤 A の中心は  $x$  軸に平行な直線  $y = b$  上を  $x$  軸正方向に運動する。

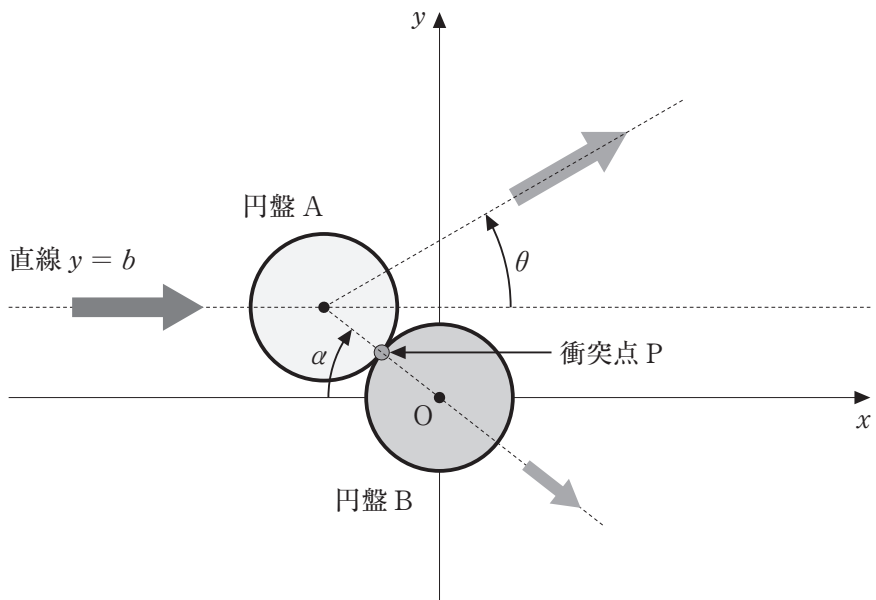


図 2 : 円盤 A が円盤 B に衝突する瞬間の位置関係。原点  $O$  から衝突点  $P$  へ向かうベクトルと  $x$  軸とのなす角度を  $x$  軸負方向から時計回りに測って  $\alpha$  とする。衝突後の円盤 A の速度ベクトルの方向を, 円盤 A の中心からみて  $x$  軸正方向を基準に反時計回りに測った角度を  $\theta$  とする。

**2** シリンダー内部に断面積  $S$  のなめらかに動くピストンがあり、断面積  $S$  で長さ  $L$  の内部領域に温度  $T$  の単原子分子理想気体 1 モルが封入されている(図 1)。以下、単原子分子理想気体の定積モル比熱  $C_V$  は気体定数  $R$  を用いて  $C_V = (3/2)R$  と表されることは既知とする。また、気体定数の数値は  $R = 8.3 \text{ J}/(\text{K}\cdot\text{mol})$  である。

最初に、シリンダーとピストンが断熱材でつくられ、内部に熱を伝えない場合を考える。

- (1) ピストンをゆっくり引いて動かし、シリンダー内部の長さが  $\Delta L$  だけ増えたときにピストンを止めた。このとき内部の理想気体が行う仕事  $\Delta W$  を式で表せ。ここで  $\Delta L$  は非常に小さく、この過程の途中で気体の圧力と温度は一定であると近似して  $\Delta W$  を求めよ。
- (2) 問(1)では、内部の気体の圧力と温度が一定と仮定して  $\Delta W$  を導いた。実際には、問(1)の過程の前後で気体の温度は少し変化する。温度の変化量  $\Delta T$  を  $L$  と  $T$  および  $\Delta L$  を用いて表せ。そして、温度変化が生じる理由を簡潔に説明せよ。
- (3) 問(2)の過程直前の気体の温度が  $300 \text{ K}$  であり、温度の変化量  $\Delta T$  の絶対値が  $10 \text{ K}$  であった。このとき、シリンダー内部の長さが伸びる割合  $\Delta L/L$  を求めよ。

次に、シリンダーとピストンが熱を良く伝える材料でつくられた場合を考える(問(1)から(3)とは材料のみが異なる)。水温が  $300 \text{ K}$  で一定の室内プールにおいて、室内の空気も同じ温度に保たれている。ピストンを下にしてシリンダーをプールの水面に垂直に保ち、水中にゆっくり沈めてしばらく静止させる。ここでピストンの厚みは無視できるものとする。また、大気圧を  $P_0$ 、水の密度を  $\rho$ 、重力加速度を  $g$  と表す。



- (4) ピストンの高さがちょうど水面と一致するとき，シリンダー内部の長さ  $L_0$  を式で表せ。
- (5) さらに，シリンダーをゆっくり沈めてピストンの位置が水面下深さ  $d$  になったとき(図2)，シリンダー内部の長さ  $L$  を式で表し，その変化量  $\Delta L = L - L_0$  を式で表せ。深さ  $d = 0.10 \text{ m}$  のとき，変化量の大きさの割合  $|\Delta L|/L_0$  を有効数字一桁で求めよ。ただし，大気圧  $P_0$  は  $1013 \text{ hPa}$  であり，水深約  $10 \text{ m}$  に相当する。
- (6) 問(5)の過程の際に，シリンダー内部の気体から外部へ出る熱量  $Q$  が正か負かを答え，その理由を述べよ。そして熱量  $Q[\text{J}]$  を求めよ。ただし，シリンダーの内部領域の体積変化は非常に小さく，沈める過程の途中で圧力は一定と近似して良いものとする。

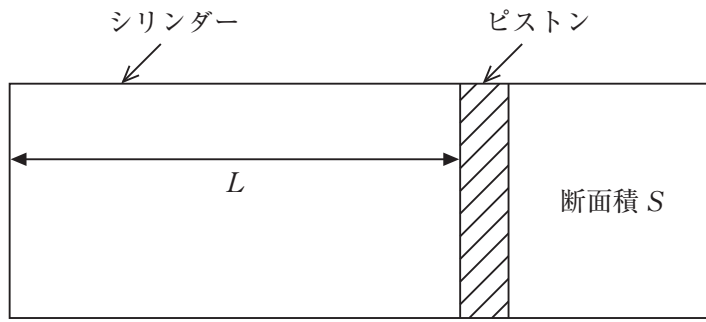


図 1

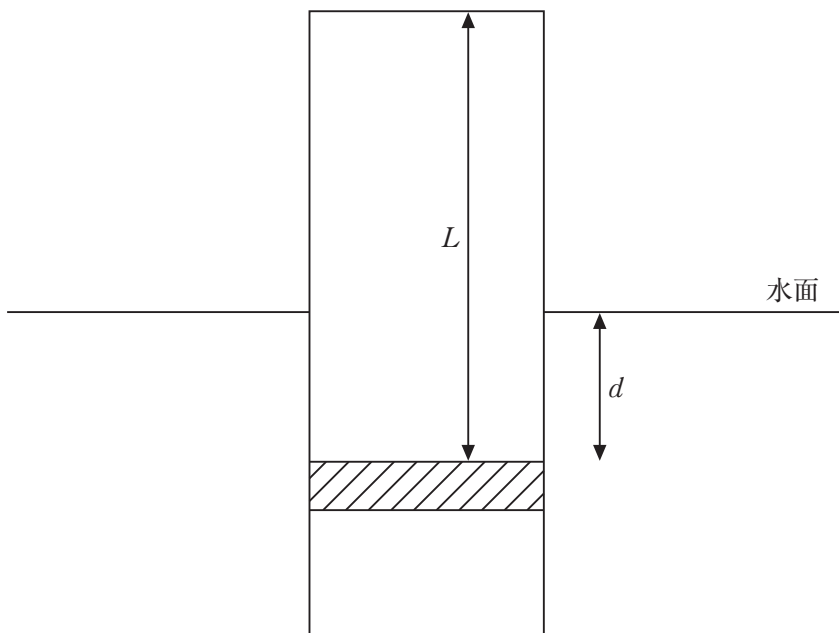


図 2

## 化 学 ㉠

1. 解答は答案用紙の所定の欄に記入せよ。
2. 問題を解くにあたり，必要な場合には次の値を用いよ。

原子量      H 1.0      C 12.0      N 14.0      O 16.0

**1** 空気およびその平均分子量についての実験に関する次の記述を読み，問(1)～(7)に答えよ。気体は理想気体として扱えるものとし，水蒸気以外の成分の相対比率は変化しないとする。解答に際しては，根拠，計算過程を簡潔に示し，特に指定されない限り有効数字は3桁で答えよ。

空気は窒素と酸素を主成分とする混合気体であり，それらのモル分率  $x_{\text{N}_2}$ ， $x_{\text{O}_2}$  の比はおよそ4:1であることが知られている。そのほか，空気には水蒸気が含まれており，私達の生活にも大きな影響を及ぼしている。

空気に含まれる水蒸気量を表す指標の1つに相対湿度があり，気体が理想気体として扱えるときには，空気に含まれる水蒸気の蒸気圧と水の飽和蒸気圧の比を百分率で表したものと定義される。

空気に含まれる水蒸気が空気の平均分子量に与える影響を考えるために実験を行ったところ，次の結果が得られた。

**実験1**：温度  $T$  [K]，大気圧  $p$  [Pa]，相対湿度  $H$  [%] のとき，空気の平均分子量は  $M_{\text{wet}}$  であった。

**実験2**：実験1と同条件の空気を十分に乾燥させた。このときの気体の平均分子量は  $M_{\text{dry}}$  であった。その後，この乾燥空気を過剰のグラファイト粉末とともに丈夫な容器に密閉し，完全に燃焼させた。このとき容器内に残った気体の平均分子量は  $M_{\text{burn}}$  であった。その結果， $M_{\text{dry}} = 29.0$ ， $M_{\text{burn}} = 31.5$  を得た。

問(1) 実験 1 において空気に含まれる水蒸気のマール分率  $x_{\text{H}_2\text{O}}$  を、その温度における水の飽和蒸気圧  $p_{\text{H}_2\text{O}}$  [Pa], 大気圧  $p$  [Pa], および相対湿度  $H$  [%] を用いて表せ。

問(2) 水の分子量  $M_{\text{H}_2\text{O}}$  と問(1)の水蒸気のマール分率  $x_{\text{H}_2\text{O}}$ , および水蒸気を含まない乾燥空気の平均分子量  $M_{\text{dry}}$  を用いて,  $M_{\text{wet}}$  を表せ。

問(3) 温度と大気圧が一定のとき, 相対湿度が上がるとう空気の平均分子量はどのように変化するかを考える。問(2)で求めた  $x_{\text{H}_2\text{O}}$  に対する  $M_{\text{wet}}$  のグラフを図示し, 空気の平均分子量と相対湿度の関係について簡潔に述べよ。

問(4) 図1は、温度と水の飽和蒸気圧の関係を示したグラフである。 $T = 300\text{ K}$ ,  
 $p = 1.00 \times 10^5\text{ Pa}$ ,  $H = 50.0\%$  のとき、グラフから求めた水の飽和蒸気圧  
 $p_{\text{H}_2\text{O}}$  の値を用いて、 $x_{\text{H}_2\text{O}}$  を計算せよ。

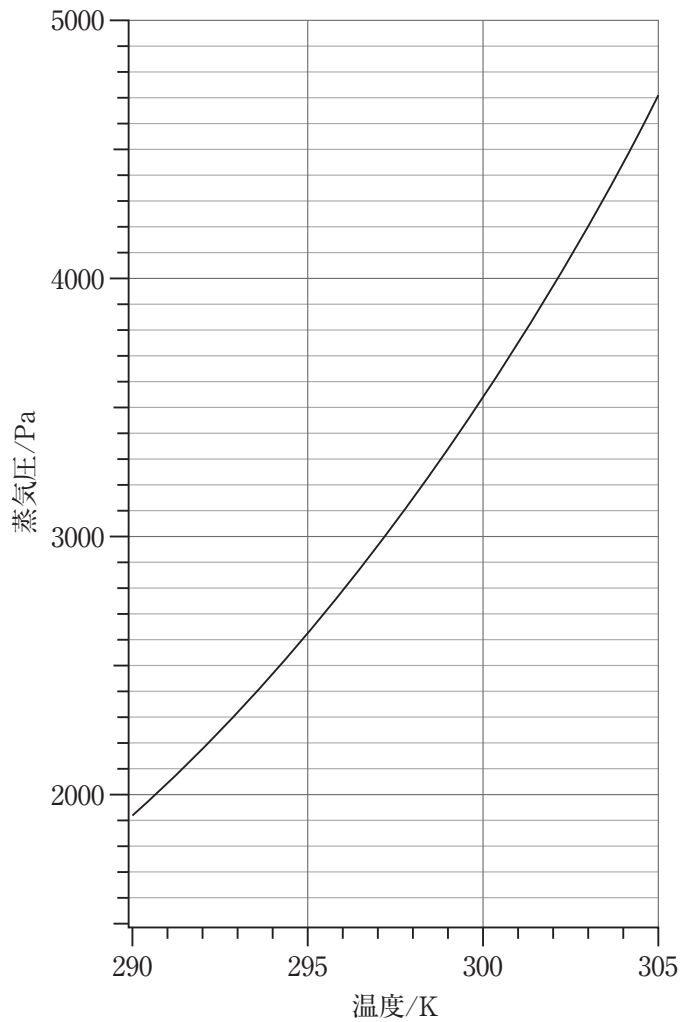


図1 水の飽和蒸気圧の温度依存性

問(5) 乾燥空気が窒素と酸素だけから構成されると仮定して、酸素のモル分率  
 $x_{\text{O}_2}$  を、 $M_{\text{dry}}$ ,  $M_{\text{burn}}$ , および酸素と二酸化炭素の分子量  $M_{\text{O}_2}$ ,  $M_{\text{CO}_2}$  を用い  
て表せ。

問(6) 実験2の結果として,  $M_{\text{dry}} = 29.0$ ,  $M_{\text{burn}} = 31.5$ を得た。乾燥空気が窒素と酸素だけから構成されると仮定して,  $x_{\text{O}_2}$ を求めよ。

問(7) 図2は, 窒素と酸素だけから構成される混合気体の平均分子量を酸素のモル分率  $x_{\text{O}_2}$  に対して示したグラフである。

- (i)  $x_{\text{O}_2}$ が問(6)で求めた値のとき, 窒素と酸素だけから構成される混合気体の平均分子量  $M'_{\text{dry}}$ はいくらになるか。図2から求めよ。解答は, 図から読み取れる有効数字で答えよ。
- (ii) 実験2で得られた  $M_{\text{dry}}$ の値は, 問(7)の(i)で読み取った  $M'_{\text{dry}}$ の値よりもわずかに大きい。このことは何を意味しているか。簡潔に述べよ。

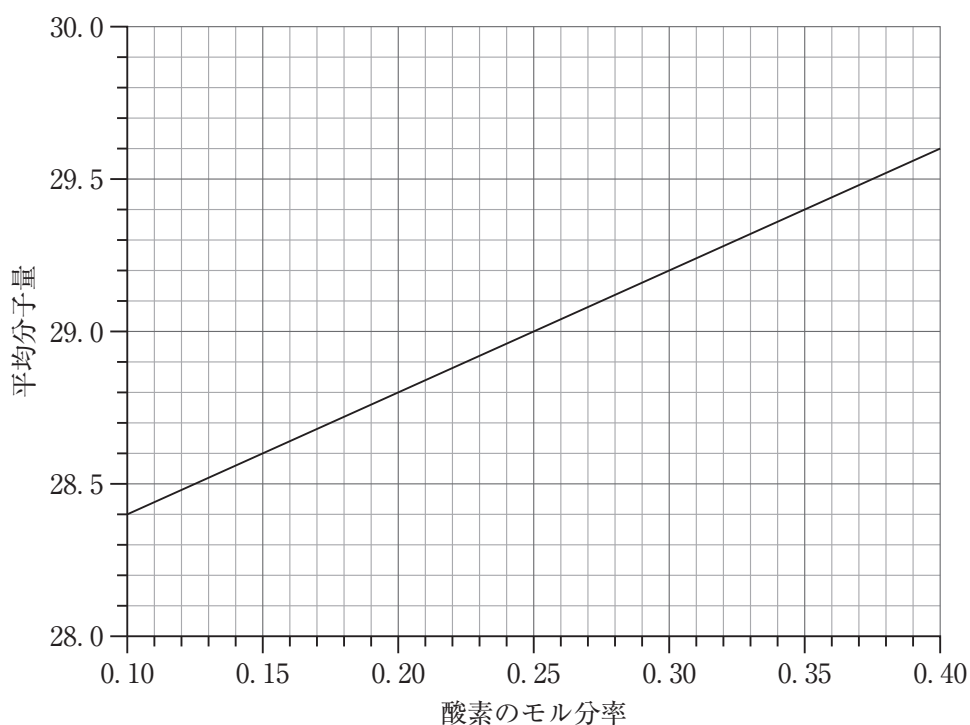


図2 窒素と酸素だけからなる混合気体の平均分子量

2

分子内の電子対と分子の形状に関する次の解説文を読み，問(1)～(6)に答えよ。

○解説文

2つの原子間でそれぞれの原子に属する価電子を出し合い，2つの電子を共有してできる結合を共有結合という。原子の周りの電子対のうち，共有結合を作る電子対を共有電子対，共有結合に使われない電子対を非共有電子対という。

原子間の1つの共有電子対を1本の線で表した式を構造式という。これは，原子同士の結合の様子を示しているが，必ずしも分子の形状を示しているわけではない。

分子の形状を予想するために，分子内の共有電子対や非共有電子対の間に生じる負電荷と負電荷の反発(静電的反発)により，電子対同士が最も離れる位置関係になろうとするという考え方がある。

この考え方をもとにメタン分子について分子の形状を予想してみる。図1はメタン分子の構造式，図2はメタン分子の電子式である。メタン分子は炭素原子の周りに4つの共有電子対を持つために，それぞれが等しく反発して図3のように分子の形状は正四面体となる。H—C—H結合角は109.5度である。

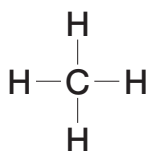


図1 メタン分子の構造式

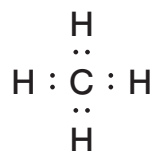


図2 メタン分子の電子式

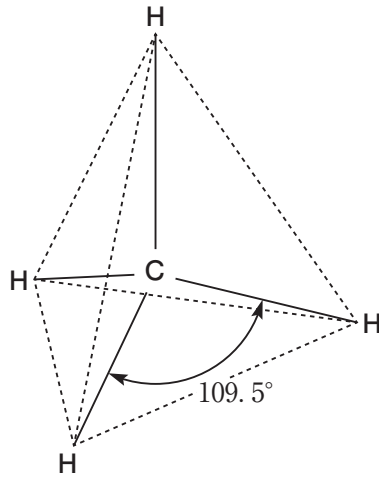


図3 メタン分子の形状

問(1) アンモニア分子は窒素原子の周りに共有電子対と非共有電子対を合わせて4つの電子対を持ち、分子の形状は図4のようになる。アンモニア分子の構造式と電子式を書け。また、H-N-H結合角は106.7度であるが、共有電子対間の反発力と、共有電子対と非共有電子対の間の反発力とでは、どちらの反発力が大きいと考えられるかを簡潔に述べよ。

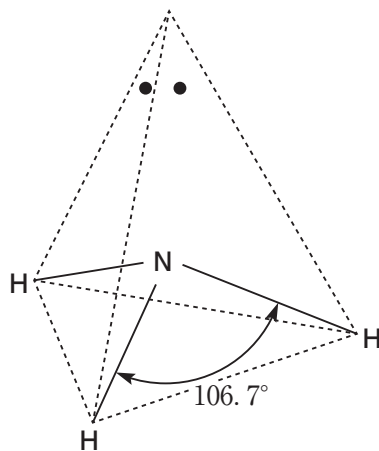


図4 アンモニア分子の形状



問(2) 水分子は酸素原子の周りに共有電子対と非共有電子対を合わせて4つの電子対を持ち、 $\text{H}-\text{O}-\text{H}$  結合角は  $104.5^\circ$  である。水分子の形状を図3、図4にならって示し、 $\text{H}-\text{O}-\text{H}$  結合角がアンモニア分子の  $\text{H}-\text{N}-\text{H}$  結合角より小さい理由について、「電子対同士の静電的反発力」から類推して説明せよ。

問(3) アンモニウムイオンの形状について、冒頭の解説文を参考にして、 $\text{H}-\text{N}-\text{H}$  結合角を答えよ。

問(4) メタン分子の形状を参考に、答案用紙の中のメチル基からペンタン分子の形状を完成させよ。

問(5) シクロヘキサンの炭素骨格は、平面的な六角形でないことが予想できる。

とりうる形状の1つが図5に示した「いす形」である。「いす形」では炭素-水素間の結合の向きは二通りあり、環に対してほぼ垂直(a方向)と環に対してほぼ水平(e方向)がある。

- (i) 下線部の理由を書け。
- (ii) e方向の水素原子6つを塩素原子で置換した分子と、a方向の水素原子6つを塩素原子で置換した分子を比べると、e方向の水素原子6つを塩素原子で置換した分子のほうがよりとりやすい形状である。その理由について、冒頭の解説文を参考にして説明せよ。

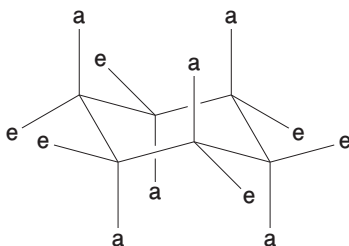


図5 いす形シクロヘキサンの形状

問(6) 図6にいす型の $\alpha$ 型および $\beta$ 型グルコースの形状を示す。水溶液中では平衡状態で $\alpha$ 型グルコースは38%、 $\beta$ 型グルコースは62%存在する。 $\beta$ 型グルコースが $\alpha$ 型グルコースよりとりやすい形状であることの理由を説明せよ。ただし、水素結合を考えないものとする。

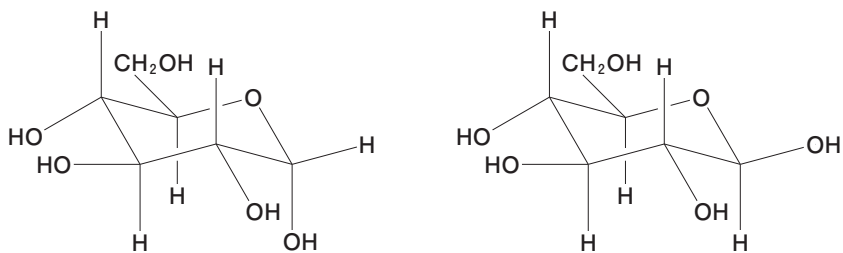


図6 いす形環状グルコースの形状(左： $\alpha$ 型，右： $\beta$ 型)

## 化 学 ㊦

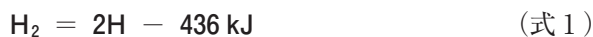
1. 解答は答案用紙の所定の欄に記入せよ。
2. 問題を解くにあたり，必要な場合には次の値を用いよ。

原子量      H 1.0      C 12.0      O 16.0

1

I 以下の問(1)～(5)に答えよ。計算問題では計算過程も示すこと。なお，有効数字は3桁とする。すべての状態変化は，定温・定圧下で起こるものとする。

問(1) 1 mol の水素分子を構成する水素原子間の結合エネルギーは **436 kJ** であり，その熱化学方程式は次のようになる。



塩素分子の塩素原子間の結合エネルギー (**243 kJ**) と，塩化水素分子の塩素原子と水素原子の結合エネルギー (**432 kJ**) について，(式1)を参考にして，それぞれの熱化学方程式を記せ。

問(2) 問(1)の結合エネルギーを用いて，塩化水素の生成熱(単位は **kJ/mol**) を求めよ。

問(3) 1 mol の水素(気体)が完全燃焼して水(液体)が生成するとき，**286 kJ** の熱が発生する。水の気化熱が **44.0 kJ/mol** であるとき，水素(気体)と酸素(気体)から気体の水が生成するときの生成熱(単位は **kJ/mol**) を求めよ。

問(4) 図1は水に関するエネルギーの図である。図1の中の〔ア〕～〔カ〕に適切な文字もしくは数値を入れよ。

問(5) 気体の水における，酸素原子と水素原子の結合エネルギーを求めよ。

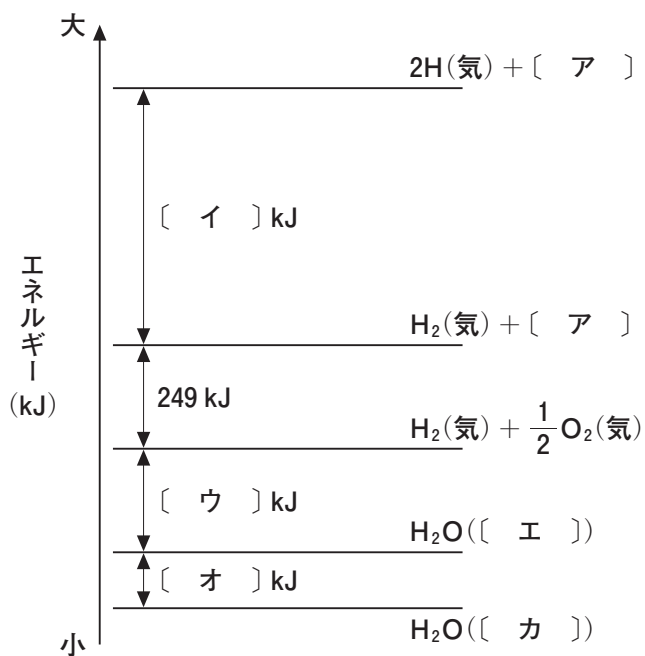


図1 水に関するエネルギーの図

II ハロゲンに関する以下の記述を読み、問(1)~(5)に答えよ。

常温では気体の二原子分子として存在するフッ素原子は、〔ア〕が4.0と全元素中最大であり、化学反応性がきわめて高い。蛍石(主成分はフッ化カルシウム)に濃硫酸を加え加熱することで得られるフッ化水素の水溶液は〔イ〕を侵すので、〔イ〕製の容器に保存することはできない。

常温では刺激臭をもつ〔ウ〕色の有毒な気体である塩素は、実験室においては、二酸化マンガんに濃塩酸を加えて加熱すると得られる。この生成過程では、発生した気体を水および濃硫酸で洗浄し、〔エ〕置換で集める。

常温では赤褐色の〔オ〕体である臭素は、水に溶け赤褐色の臭素水となる。

常温では〔カ〕色の固体であるヨウ素は、デンプン水溶液と反応して〔キ〕色を呈する。ヨウ化カリウム水溶液に臭素水を加えるとヨウ素が遊離する。

問(1) 上の記述の中の〔ア〕~〔キ〕に適切な語句を入れよ。

問(2) 下線部(a)で、水および濃硫酸で除去される物質はそれぞれ何か。化学式で答えよ。

問(3) 下線部(b)の反応式を記せ。

問(4) ハロゲンの二原子分子を酸化力の高い順に示せ。

問(5) 分子中に酸素原子を含む無機酸をオキソ酸というが、塩素のオキソ酸4つの化学式を、それぞれのオキソ酸の塩素の酸化数の大きい順に示し、その酸化数も示せ。

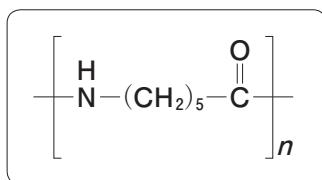
2 化合物A～CはC<sub>8</sub>H<sub>6</sub>O<sub>4</sub>の分子式を持つ芳香族化合物であり、互いに構造異性体である。A～Cに関する以下の記述を読み、問(1)～(8)に答えよ。

化合物A～Cはいずれも水酸化ナトリウム水溶液に溶解する。Aを加熱すると分子量の減少を伴ってDが生成し、Dは固体のまま加熱すると気体になる。Dはナトリウムフェノキシドと反応し、<sup>(a)</sup>Eを生成した。化合物Bはポリマーの原料として用いられ、エチレングリコールと重合するとPETと略される高分子化合物Fが生成する。<sup>(b)</sup>化合物Bは硫酸を触媒として用いると、2倍量のエタノールと反応しGを生成する。<sup>(c)</sup>化合物Cは水酸化ナトリウム水溶液で加水分解されC<sub>7</sub>H<sub>6</sub>O<sub>3</sub>の分子式をもつIを生成した。Iの二つの官能基は、ベンゼン環の隣り合った炭素に結合している。Iは無水酢酸と反応して医薬品として用いられるJを生成する。

問(1) 化合物A、DおよびEの構造式を記せ。

問(2) 下線部(a)の現象を何というか。

問(3) 化合物BとFの構造式を記せ(ただしFの構造式は下図のナイロン6にならって記せ)。



問(4) 下線部(b)の重合の名称、およびFの名称を記せ。

問(5) 下線部(c)の反応は可逆反応である。化合物Gの構造式を明記して、この反応式を記せ。

問(6) 問(5)の反応の平衡を生成物側に片寄らせる方法を2つ記せ。

問(7) 問(5)の反応において、12.0 gの**B**とエタノールを生成物側に平衡が片寄るように反応させ、エタノールをすべて消費させた。しかし、このときエタノールの量が不足していたため、**G**の他に**H**が生成した。生成した**G**と**H**の物質量の比は2:3であり、未反応の**B**が2.0 g回収された。

(i) 化合物**H**の構造式を記せ。

(ii) **G**と**H**それぞれの質量を小数点以下1桁で求めよ。計算の過程も示せ。

(iii) この合成で使用したエタノールの質量を小数点以下1桁で求めよ。

計算の過程も示せ。

問(8) 化合物**C**、**I**および**J**の構造式を記せ。

# 生 物 ㊤

(解答は答案用紙の所定欄に記載せよ)

1 次の文を読み、問1～5に答えよ。

哺乳類の雄はX染色体を1本、雌はX染色体を2本もつ。X染色体の遺伝子の数が雌では雄の2倍になっていることから、X染色体の遺伝子の発現量も雌では2倍なのではないかという疑問が生じる。しかし、X染色体の遺伝子の発現量を調節するしくみ(遺伝子量補償)が存在するため、雌雄で同じになっている。このX染色体の遺伝子量補償には遺伝子Aがはたらいていることが知られている。ある哺乳類の培養細胞を融合させて性染色体の構成が異なる細胞を人工的に作成して、遺伝子Aの発現量を調べたところ、表1のようになった。XとYを1本ずつもつ細胞(46, XY)では遺伝子Aの発現はみられなかった。

X染色体の遺伝子量補償の影響は、ネコの被毛の色にみられる。ここで調べたネコの被毛の色は、毛根の細胞が隣接する色素形成細胞から受け取る色素の種類と量で決まり、1本の毛は先端から根元まで同じ色である。毛の色にかかわる遺伝子は複数存在し、ネコのX染色体上の遺伝子Oは黄系色素の形成に関与し、常染色体上の遺伝子Bは黒系色素の形成に関与することが知られている。遺伝子Oとその対立遺伝子oと毛色との関係を調べたところ、遺伝子型 $X^O X^O$ または $X^O Y$ の個体は全身の毛が明るい茶色になるが、遺伝子型 $X^O X^o$ または $X^o Y$ の個体の毛色は明るい茶色ではなく、常染色体上の遺伝子によって決まり、たとえば、黒色になる。そして、遺伝子型 $X^O X^o$ の個体は、ところどころに<sup>(ア)</sup>明るい茶色毛がある2色のまだら模様をした「サビ猫」になる。明るい茶色毛の雌猫と黒色毛の雄猫からサビ猫の雄はめったに生まれないが、<sup>(イ)</sup>生まれたものは不妊であった。



表1 性染色体の構成と遺伝子  $A$  の発現量

染色体総数	性染色体	発現量(相対値)
46	XX	1.0
46	XY	—
47	XXY	0.8
49	XXXXX	3.9
49	XXXXY	3.1

- 問 1 表1 から、遺伝子  $A$  の発現と性染色体の構成についてわかることを述べよ。
- 問 2 遺伝子  $A$  による遺伝子量補償はどのようにおこなわれると考えられるか述べよ。
- 問 3 下線部(ア)のサビ猫のまだら模様は個体ごとに異なる。X 染色体の遺伝子量補償によって、そのようなサビ猫の模様が生じるしくみについて述べよ。また、まだら模様の大きさの違いはどのように生じると考えられるか述べよ。
- 問 4 下線部(イ)にあるように、サビ猫の雄はまれである。その理由を本文中の遺伝子型を用いて説明せよ。また、まれな雄が生じるしくみとして考えられることを述べよ。
- 問 5 黒色毛と明るい茶色毛の2色のサビ猫の雌と黒色毛の雄から、親の毛色とは異なる、明るい茶色毛の猫、暗い茶色毛の猫、暗い茶色毛と明るい茶色毛の2色のサビ猫が生まれた。遺伝子  $O$  と対立遺伝子  $o$ 、遺伝子  $B$  と対立遺伝子  $b$  を用いてこれを説明する時、親の遺伝子型とサビ猫(子猫)の遺伝子型をすべて記せ。

2 次の文を読み、問1～4に答えよ。

多細胞動物であるマウスやヒトの表皮の細胞は、個々の細胞に分散されガラス製のシャーレに接着した状態で培養が可能である。その際、培養液には血清を添加することが細胞増殖には必要である。培養液から血清を除いた場合、細胞はDNA合成準備期(G<sub>1</sub>期)から脱出し静止期(G<sub>0</sub>期)に入って増殖しない状態となる。このG<sub>0</sub>期にある細胞に、血清を添加した場合、数分後に転写が活性化される遺伝子群(初期応答遺伝子)とそれに遅れて転写が活性化される遺伝子群(遅延応答遺伝子)がある。

血清中因子や基底膜成分は、細胞表面にある受容体や細胞接着分子を介して細胞内にシグナル伝達をおこなう。その結果、核内の遺伝子の発現に影響を与えることが知られている。図1に、血清中因子 X や基底膜成分 Y から初期応答遺伝子、遅延応答遺伝子の

発現およびDNA合成を引き起こすシグナル伝達を示している。この図は未完成であり、この図を完成させるため、以下の実験をおこなった。

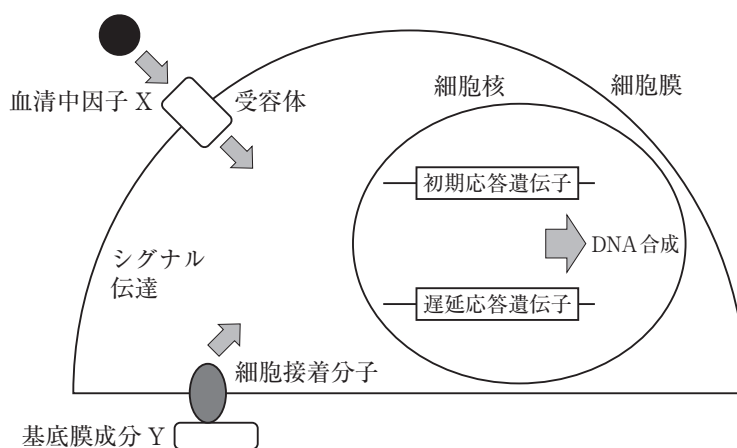


図1 血清中因子 X、基底膜成分 Y からのシグナル伝達

### 実験セット1

多細胞動物であるマウスの表皮の細胞を用いて以下の実験をおこなった。培地への血清中因子 X の添加、ガラス製シャーレへの基底膜成分 Y のコーティング、翻訳阻害剤の添加の条件を変えて培養をおこない、初期応答遺伝子と遅延応答遺伝子の転写活性化の有無およびDNA合成への効果を調べた。DNA合成への効果を調べるために、デオキシチミジンの類似化合物であるプロモデオキシウ

リジン(BrdU)を培地に添加した。DNAに取り込まれるBrdUの検出によりDNA合成への効果を調べた。

表1 実験セット1の結果 +：有り，-：無し。

		実験				
		a	b	c	d	e
実験条件	血清中因子 X 添加	+	-	+	-	+
	基底膜成分 Y コーティング	+	+	-	-	+
	翻訳阻害剤添加	-	-	-	-	+
実験結果	初期応答遺伝子転写活性化	+	-	-	-	+
	遅延応答遺伝子転写活性化	+	-	-	-	-
	BrdU の取り込み	+	-	-	-	-

### 実験セット2

血清中因子 X，基底膜成分 Y からの DNA 合成に至るシグナル経路を検討するため，シグナル経路にかかわる因子 Z と因子 R のそれぞれの変異体細胞を用いて以下の解析をおこなった。これらの変異は，因子の上流からの刺激がない場合であっても下流のシグナルを活性化する。

表2 実験セット2の結果 +：有り，-：無し。

		因子 Z の変異体				因子 R の変異体			
		f	g	h	i	j	k	l	m
実験条件	血清中因子 X 添加	+	-	+	-	+	-	+	-
	基底膜成分 Y コーティング	+	+	-	-	+	+	-	-
実験結果	初期応答遺伝子転写活性化	+	+	-	-	+	+	+	+
	遅延応答遺伝子転写活性化	+	+	-	-	+	+	+	+
	BrdU の取り込み	+	+	-	-	+	+	+	+

- 問 1 実験セット1の a～e の結果から，DNA 合成が開始するにあたって，血清中因子 X と基底膜成分 Y は，初期応答遺伝子や遅延応答遺伝子の転写活性化に対してどのような作用をもつと考えるか，考察せよ。また，そのような考察に至った根拠を，実験結果をもとに説明せよ。
- 問 2 実験セット1の a と e の結果から，初期応答遺伝子と遅延応答遺伝子は，どのような関係と考察されるか。各遺伝子の転写・翻訳により産生されるタンパク質のことも考慮しながら，各遺伝子の関係を説明せよ。また，そのような考察に至った根拠を，実験結果をもとに説明せよ。
- 問 3 実験セット2の f～m の結果から，因子 Z 及び因子 R は，図1のシグナル伝達の中でどこに位置し，初期応答遺伝子や遅延応答遺伝子に対してどのような作用をもつかを，それぞれ考察し解答欄中に図示して説明せよ。また，そのような考察に至った根拠を，実験結果をもとに説明せよ。
- 問 4 マウスの表皮の細胞の培養を続け，シャーレを埋めつくすまで増殖したところで増殖が停止した。この増殖が停止した細胞をはがして新しいシャーレに密度を下げてまいたところ，増殖が再開するのを観察した。この増殖停止は，栄養が不足したり，血清中因子や基底膜成分が不足したりしたためではないことは，確認した。増殖が停止したしくみを考察せよ。

# 生 物 ⑧

(解答は答案用紙の所定欄に記載せよ)

1 次の文を読み、問1～4に答えよ。

真核生物の細胞では酸素を用いた呼吸を行うことによって、有機物を無機物まで分解し、効率よくATPを生成している。呼吸の過程は解糖系、クエン酸回路、電子伝達系の3つに大別され、

解糖系は細胞質基質に、クエン酸回路と電子伝達系はミトコンドリアに存在する。電子伝達系はI～IVの呼吸鎖複合体から成り、電子を受け渡ししながら $H^+$ の濃度勾配を作る。

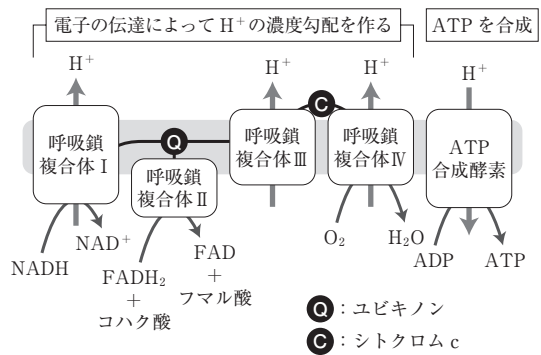


図1 電子伝達系

問1 ミトコンドリアなどの細胞小器官を分離するには、遠心分離による細胞分画法がある。図2の手順で、冷却しながらホモジナイザーという器具を用いて、スクロース(ショ糖)水溶液と共に、マウスの肝臓を擦りつぶし、細胞破砕液を得た。この破砕液を遠心分離機にかけて分画した。沈殿A～C画分にそれぞれあてはまる細胞小器官の名称1つとそれを選んだ理由を答えよ。

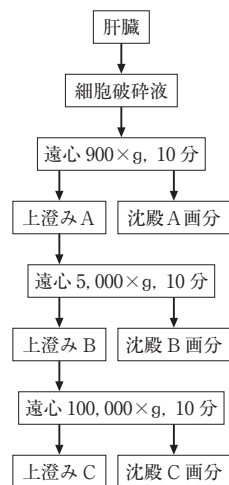


図2 肝臓からの細胞分画法

問 2 ミトコンドリアにおける電子伝達系を介した呼吸には酸素が必要である。

したがって、酸素消費速度(OCR)を測定することで電子伝達系の機能を評価できる。下記の実験は、マウスを正常酸素下(21%酸素)、または高濃度の酸素下(90%酸素)に48時間置いて、それぞれのマウスの肺からミトコンドリアを単離しておこなった。図3は実験1～5を連続しておこなったときのOCRを測定した結果のグラフである。

実験1：単離したミトコンドリアにピルビン酸とリンゴ酸を添加し、NADHの産生を増加させ、実験開始5～7分後のOCRを測定した。

実験2：実験開始8分後に、さらに呼吸鎖複合体Iの阻害剤を添加し、実験開始10～14分後のOCRを測定した。

実験3：実験開始16分後に、さらにコハク酸を添加し、実験開始17～19分後のOCRを測定した。

実験4：実験開始21分後に、さらに呼吸鎖複合体IIIの阻害剤を添加し、実験開始22～25分後のOCRを測定した。

実験5：実験開始26分後に、さらに呼吸鎖複合体IVに電子を供給するアスコルビン酸とテトラメチルフェニレンジアミンを添加し、実験開始28～30分後のOCRを測定した。

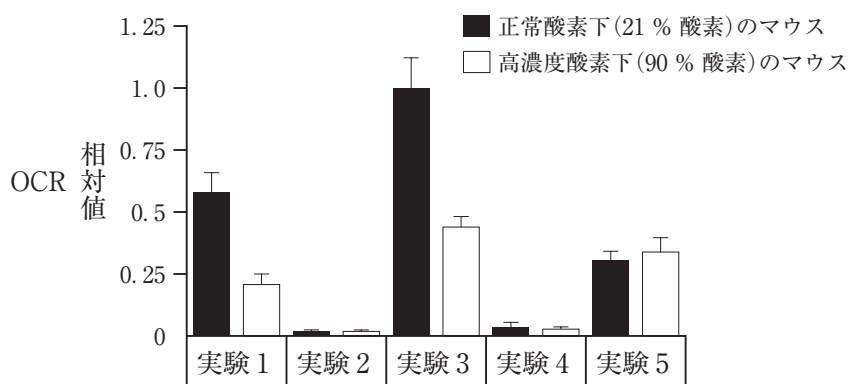


図3 マウスの肺におけるミトコンドリアのOCR

- (1) 実験1の結果から、どのようなことがわかるか答えよ。
- (2) 実験2と実験4をおこなうことで、どの呼吸鎖複合体のOCRを測定できるか、理由とともに答えよ。
- (3) 実験3と実験5の結果から、どのようなことがわかるか答えよ。

問3 がん細胞では過剰な細胞増殖がみられるため、エネルギーの消費量が高まり、低酸素状態となる。すると、転写因子Xが活性化されることで、血管内皮細胞増殖因子が分泌され、近くの既存の血管から新たな血管が分岐し伸長する。

- (1) 新たな血管が形成されたときとされなかったときで、がん細胞にどのような違いがみられるか、理由も含めて答えよ。

- (2) 2つの異なる条件でヒトの乳がん細胞を培養したところ、乳酸の産生量について図4の結果が得られた。条件Aと条件Bではどのような条件が異なったのか答えよ。

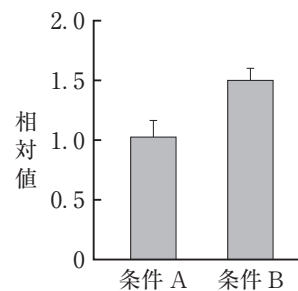


図4 乳酸の産生量

問4 マウスは夜行性であることから、夜間に活発に活動する。エネルギー代謝装置を用いて、えさが常時補充されている通常摂食状態のマウスの呼吸商を測定すると、呼吸商は時刻によって変動する。呼吸商の1日の変化を答案用紙のグラフに記載せよ。なお、呼吸商は呼吸基質により異なり、炭水化物が1、タンパク質が0.8、脂質が0.7である。

2

維管束植物についての問1～2に答えよ。

問1 植物の生長には細胞の伸長も関与する。細胞が伸長するには、細胞外の硬い構造物である細胞壁の変形と拡大が必要になる。細胞壁の主な成分であるセルロースはグルコースが多数連結した高分子で、これが網目状に結合して頑丈な細胞壁となる。

(1) 細胞の伸長にともなう細胞壁の再構築はどのような過程で進行すると考えられるか、酵素と細胞小器官のはたらきから説明せよ。

(2) 体細胞分裂では、分裂期の終期になると細胞内に細胞板が形成される。細胞板はやがて娘細胞を隔てる細胞外の細胞壁になる。細胞板はどのような過程で形成されると考えられるか、模式図と共に簡潔に説明せよ。

問2 コショウの品種KとTを用いて、<sup>つぎ</sup>接木で変異体が生じるかの実験をおこなった。Kは実が下向きにつく形質でその遺伝子型はUU、Tは実が上向きにつく形質でその遺伝子型はuu、KとTの交配によるF<sub>1</sub>は実が横向きにつく。

接木の作成方法を図1に示す。発芽から2ヶ月経って上部先端に結実が始まり古い葉が枯れ始めた品種T個体の下半分を台木とし、発芽から2週間の品種K個体の地上部を穂木として接木を作成した。穂木の葉はあらかじめ切り落としたうえに、新たに生じた葉を週2回の頻度で切り落とした。11株の接木を作成した。穂木の先端部に開花があれば花ごとに手作業で自家受粉をし、得られた実から採った種の一部をまき、そこから育った個体を「接木F<sub>1</sub>」とした。





図1 接木の作成方法の模式図  
幹の接続部分は支柱と包帯で固定した。

11 株の接木のうち 3 株において、それぞれ 1 つの花からの自家受粉で得られた接木  $F_1$  個体 22, 27, 42 株のうち、1 株ずつが横向きの実をつけた。なお、穂木の葉を除去しなかった対照実験では穂木と異なる形質の接木  $F_1$  は得られなかった。

- (1) 上の結果が生じたしくみを推察して説明せよ。
- (2) タバコは遺伝子組換え体の作出が可能で接木が容易である。タバコを用いて、上の結果が生じたしくみを証明するためには、どのような実験をおこなったらよいか述べて。