

数 学

(文教育学部, 生活科学部用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない.

1. この冊子の本文は3ページである. 印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること.
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること.

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は, それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと.
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい.
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること.

1 以下の問いに答えよ.

- (1) $k^2 + 2$ が素数となるような素数 k をすべてみつけよ. また, それ以外にないことを示せ.
- (2) 整数 l が 5 で割り切れないとき, $l^4 - 1$ が 5 で割り切れることを示せ.
- (3) $m^4 + 4$ が素数となるような素数 m は存在しないことを示せ.

2 共通の接線 l をもつ円 C_1, C_2, C_3 の半径をそれぞれ r_1, r_2, r_3 とする. これらの円のどの二つも互いに外接しており, C_3 は l, C_1, C_2 に囲まれた領域に含まれているものとする. 以下の問いに答えよ.

(1) $\frac{1}{\sqrt{r_3}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{1}{\sqrt{r_2}}$ となることを示せ.

(2) $r_3 = 1$ のとき, $r_1 + r_2$ の取り得る値の最小値を求めよ.

3

以下の問いに答えよ.

- (1) すべての自然数 n に対して次の等式をみたす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2a_n + n$$

- (2) 関数 $y = x^3 + (k+1)x^2 + kx$ のグラフを C_1 , 関数 $y = x^2 + q$ のグラフを C_2 とする. すべての実数 q に対して C_1 と C_2 がただひとつの共有点をもつような実数 k の値の範囲を求めよ.

- (3) x_1, x_2, \dots, x_n が実数で y_1, y_2, \dots, y_n が正の実数のとき, 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\frac{x_1^2}{y_1} + \frac{x_2^2}{y_2} + \dots + \frac{x_n^2}{y_n} \geq \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2}{y_1 + y_2 + \dots + y_n}$$