

数 学 共 通

(理学部用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは、この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は3ページである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1 以下の問いに答えよ. ただし, 必要があれば,

$$0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011, \quad 0.4771 < \log_{10} 3 < 0.4772$$

であることを用いてもよい.

- (1) 3^{53} の桁数を求めよ.
- (2) 3^{53} の最高位の数と 1 の位の数をそれぞれ求めよ.
- (3) $|3^{53} - 2^m|$ が最小となる整数 m を求めよ.

2 r を正の実数とし、座標平面において原点 O を中心とする半径 r の円を考える。円の外側の点 $P(p_1, p_2)$ から円に引いた 2 本の接線のそれぞれの接点を A , B とし、 A と B を結ぶ直線を ℓ とする。

- (1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OP}$ と $\vec{OB} \cdot \vec{OP}$ の値を求めよ。
- (2) 直線 ℓ を表す方程式を求めよ。
- (3) 円の外側の点 $Q(q_1, q_2)$ が ℓ 上にあるとする。 Q から円に引いた 2 本の接線のそれぞれの接点を C , D とすると、 P は C と D を結ぶ直線上にあることを示せ。

3 $f(x) = e^{3x} - 2e^x + 2$ とする.

- (1) すべての実数 x に対し $f(x) > 0$ であることを示せ.
- (2) $g(x) = \log(f(x))$ とおく. 関数 $g(x)$ の極値を求めよ.
- (3) k を実数の定数とする. (2) の $g(x)$ に対し, 方程式 $g(x) - k = 0$ の異なる実数解の個数を調べよ.