

令和 2 年 度 入 学 試 験 問 題

# 数 学

(文教育学部, 生活科学部用)

## 注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない.

1. この冊子の本文は 3 ページである. 印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること.
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること.

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は, それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと.
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい.
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること.

**1** 以下の問いに答えよ. ただし, 必要があれば,

$$0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011, \quad 0.4771 < \log_{10} 3 < 0.4772$$

であることを用いてもよい.

- (1)  $3^{53}$  の桁数を求めよ.
- (2)  $3^{53}$  の最高位の数と 1 の位の数をそれぞれ求めよ.
- (3)  $|3^{53} - 2^m|$  が最小となる整数  $m$  を求めよ.

**2**  $r$  を正の実数とし、座標平面において原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の円を考える。円の外側の点  $P(p_1, p_2)$  から円に引いた 2 本の接線のそれぞれの接点を  $A, B$  とし、 $A$  と  $B$  を結ぶ直線を  $\ell$  とする。

- (1) 内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OP}$  と  $\vec{OB} \cdot \vec{OP}$  の値を求めよ。
- (2) 直線  $\ell$  を表す方程式を求めよ。
- (3) 円の外側の点  $Q(q_1, q_2)$  が  $\ell$  上にあるとする。  $Q$  から円に引いた 2 本の接線のそれぞれの接点を  $C, D$  とすると、 $P$  は  $C$  と  $D$  を結ぶ直線上にあることを示せ。

**3** 以下の問いに答えよ.

(1)  $n$  は自然数とする.

(i) 実数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  に対して

$$|\sin(x_1 + x_2 + \dots + x_n)| \leq |\sin x_1| + |\sin x_2| + \dots + |\sin x_n|$$

が成り立つことを示せ.

(ii)  $n$  が奇数であり, 実数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  が  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0$  をみたすとき

$$|\cos x_1| + |\cos x_2| + \dots + |\cos x_n| \geq 1$$

が成り立つことを示せ.

(2) 関数  $y = \cos x + \frac{\cos 2x}{2}$  の最大値と最小値を求めよ. また, そのときの  $x$  の値をすべて求めよ.