お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科

平成２９年度入学試験（２月期）問題

一般選抜用

一般・基礎教育科目

（数学基礎）

理学専攻

数学コース用

時間　９：３０－１１：３０

注意事項

試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません

(1) この冊子は持ち帰ってください. 下書き用紙が不足するときや解答用紙を破損したときは手を挙げてください.
(2) 問題1 から問題2 まですべての問題に対して, それぞれ別の解答用紙に解答してください. 解答用紙は裏面を使ってもかまいませんが, そのむねを表面に明記してください.
(3) 印刷の不明瞭な部分, ページの脱落などがあった場合は申し出てください.

$\boxed{\text{問題1}}$ 実変数 x についての C^2 級関数 $f(x)$ に対する操作

$$L_x f(x) = f''(x) - xf'(x)$$

を考える.

(1) 関数 $g(s,x) = e^{sx-\frac{s^2}{2}}$ について,

$$s\frac{\partial g(s,x)}{\partial s} = -L_x g(s,x) \qquad (\spadesuit)$$

が成り立つことを示せ.

(2) $g(s,x)$ の s に関する 0 を中心とした Taylor 級数を

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{s^k}{k!} H_k(x)$$

とする. 式 ($\spadesuit$) の両辺における s^k の係数の比較から,

$$-L_x H_k(x) = kH_k(x)$$

を導け.

(3) 再び式 ($\spadesuit$) の両辺における s^k の係数の比較から, $k \geq 2$ について

$$H_k(x) = xH_{k-1}(x) - (k-1)H_{k-2}(x)$$

が成り立つことを示せ.

$\boxed{\text{問題2}}$ 3次実正方行列全体の集合 $\mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ を通常の行列の和, 実数倍について実ベクトル空間とみなす. $\mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ の部分集合 V, W を次で定める.

$$V = \{X \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R}) \mid {}^tX = X\}, \quad W = \{X \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R}) \mid {}^tX = -X\}.$$

ここで, ${}^tX$ は X の転置行列を表す. 3次実正方行列 A を次で定める.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

この A に対し, 写像 $T : \mathrm{M}_3(\mathbb{R}) \to \mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ を $T(X) = AX - XA$ で定義する. このとき次の問に答えよ.

(1) V, W はそれぞれ $\mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ の線形部分空間であることを示せ.

(2) $\mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ は, V, W の直和空間になることを示せ. 即ち, 任意の元 $Z \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ は V の元 X と W の元 Y の和 $X + Y$ として一意的に表せることを示せ.

(3) T は, $\mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ から $\mathrm{M}_3(\mathbb{R})$ への線形写像であることを示せ.

(4) T の核空間 $\mathrm{Ker}\,T = \{X \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R}) \mid T(X) = 0\}$ の基底と次元を求めよ.

(5) $T(V) \subset W, T(W) \subset V$ が成立することを示せ. 即ち, V の任意の元 X に対し $T(X) \in W$, W の任意の元 Y に対し $T(Y) \in V$ となることを示せ.

(6) (5) によって, $T^2 = T \circ T$ は V を不変にすることが分かる. 即ち $T^2(V) \subset V$ が成立する. ここで, $T \circ T$ は合成写像を表している. T^2 を V に制限して得られる V の線形変換を S で表す. S の固有値は, $0, 1, 4$ であることを示し, それぞれの固有値に属する 固有空間 $V(0), V(1), V(4)$ を求めよ.

平成２９年度

人間文化創成科学研究科・博士前期課程

理学専攻・物理科学コース

２月入試問題

基礎科目試験問題

（物理科学に関する基礎科目）

試験時間：９：３０－１２：３０

注意事項

（１）４問すべて解答すること。（各問１００点）

（２）解答は各問あたり１枚の解答用紙に記入すること。
（裏面使用可）

（３）答案用紙に問題番号と問題名を記入すること。

（４）監督者が「始め」の合図をするまで、問題冊子を
開けないこと。

（５）試験中、用のある場合は挙手をして監督者を呼ぶこと。

1 基礎科目－力学

図のように、水平面から角度ϕだけ傾いた斜面の上で、質量mの質点を初速度v_0で水平方向に打ち出す。斜面の最下辺にx軸、斜面にそって上向きにy軸をとり、この質点が斜面の最下辺に到達する以前の運動を考える。重力加速度の大きさをgとして、以下の問いに答えよ。

斜面がなめらかで質点との間に摩擦がない場合を考える。

(1) 質点の速度を$\mathbf{v}=(v_x, v_y)$として運動方程式をたて、時刻tにおける質点の速度を求めよ。

(2) 質点が打ち出された位置を$x=0$、$y=y_0$として、運動の軌跡を表す式を求めよ。

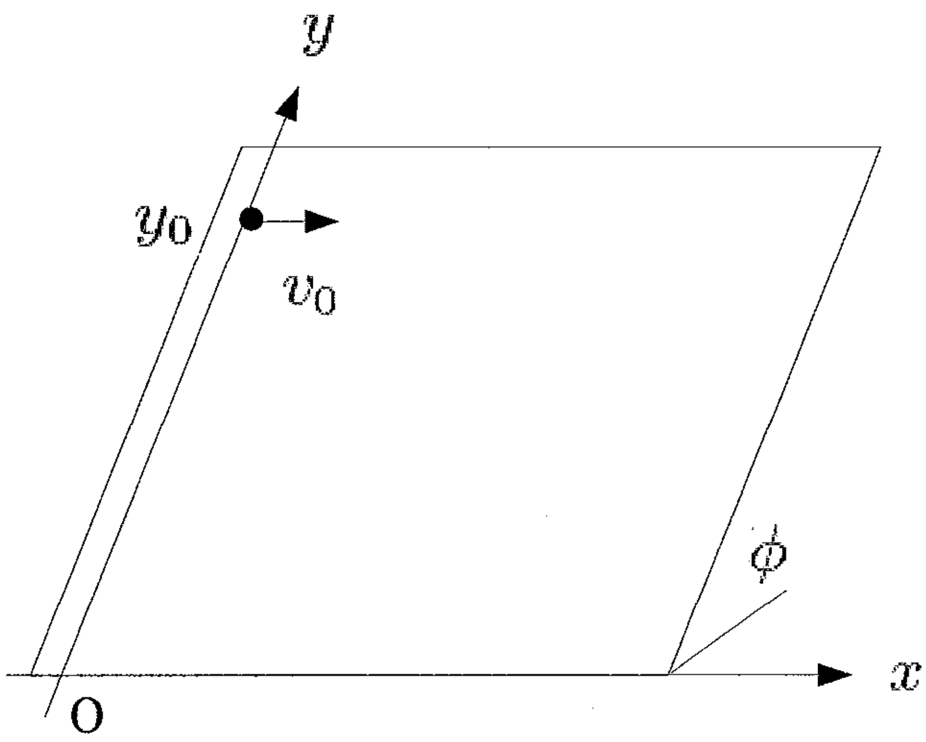
次に、斜面が粗く、質点との間に動摩擦がはたらく場合を考える。

(3) 質点の運動方程式を書き下せ。ただし、質点と斜面との間の動摩擦係数をμとする。

(4) 速度ベクトル$\mathbf{v}$とx軸とのなす角度をθ、$|\mathbf{v}|=v$とおくと、$v_x=v\cos\theta$、$v_y=v\sin\theta$と表せる。加速度$\dot{v}$および$v\dot{\theta}$をθ、ϕを用いて表せ。

(5) (4) の結果より、$\frac{dv}{d\theta}$をθ、ϕを用いて表せ。

(6) $\mu=\tan\phi$のとき、質点の速度の大きさを求めよ。



y
y0
v0
φ
x
O

2　基礎科目－電磁気学

(1)　半径 a の円形導体に定常電流 I が流れているとき、円の中心から距離 $r \lesssim 10\,a$ の空間での磁力線の概略を図に描け。一般に力線の密度で場の強さを表すこと、および幾何学的な対称性に留意すること。

(2)　上の磁力線分布と、静磁場に対するガウスの法則 $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = 0$ との関係を説明せよ。また、ベクトル $\vec{A}$ に対して $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A})$ がいつでもゼロであることを内積、外積の性質から説明せよ。

(3)　上の磁場分布は、ビオ・サバールの法則（積分形）

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C d\vec{s} \times \vec{r}/r^3$$

を用いて計算できる。ここで、$\int_C d\vec{s}$ は円形導体に沿って一周する線積分であり、$\vec{r}$ は電流素片 $I\,d\vec{s}$ から磁場の観測地点に向かうベクトルである。円形導体の中心軸に沿った方向では幾何学的対称性から計算が簡単になる。円の中心を原点にとり中心軸を z 軸として、z 軸上での磁場 $\vec{B}(0, 0, z)$ を計算せよ。

(4)　磁極が両端にある小さい棒磁石を z 軸に沿って原点に置いたときに、この棒磁石がつくる磁場は、上の円電流の作る磁場と類似していることを示せ。

3　基礎科目－物理数学

- 時間内に解けなくても自分の考えと計算の方針を明示してください．
- 物理量や物理定数は，明示したうえで記号で書いていいです．
- 結論は，必ず論拠を示してください．

1. (1) もし $x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$ が収束したら，これで関数を定めよう $f(x) = x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$．関数 $f(x)$ が満たす方程式を求めてください．

   (2) この関数のグラフの概形を，可能な限り詳しく描いてください．逆関数から考えるといいかもしれません。

2. (1) 関数 $\sin x$ は，原点を中心とする Taylor 展開の次数を上げるほど x の大きなところまで近似できる．なぜだろうか．

   (2) 一方，関数 $\log(1+x)$ はそうではない．なぜだろうか．(1) との違いを詳細に説明してください．

3. (1) 慣性系 (x, y, z) と原点を共有し，z 軸周りに一定角速度で回る回転座標系におけるニュートンの運動方程式はどのように表されるでしょうか．

   (2) 角速度の大きさが一定でない場合はどうでしょうか．

4　基礎科目－量子力学

1次元調和振動子のシュレディンガー方程式は

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\right]\phi(x)=E\phi(x)$$

で与えられる。ω は角周波数である。以下では

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi},\ \int_{-\infty}^{\infty}x^2e^{-x^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

を用いてよい。

(1) 近似解を $\phi(x)=Ce^{-\alpha x^2}$ とする。規格化定数 C を求めよ。α は正の定数である。

(2) (1) の近似解を用いて運動エネルギーの期待値を求めよ。

(3) α の関数として運動エネルギーの期待値を図示せよ。波動関数の広がりと運動エネルギーの期待値との間にどのような関係があるか述べよ。

(4) (1) の近似解を用いて、ポテンシャル・エネルギーの期待値を求めよ。

(5) α の関数としてポテンシャル・エネルギーの期待値を図示し、波動関数の広がりとポテンシャル・エネルギーの期待値との間にどのような関係があるかを述べよ。

(6) 物理量 A のゆらぎを

$$\Delta A=\sqrt{\langle(A-\langle A\rangle)^2\rangle}$$

で定義する。$\langle\cdots\rangle$ は $\cdots$ の期待値をあらわす。(1) の近似解について、位置と運動量のゆらぎの積 $\Delta x\Delta p$ を計算せよ。

(7) 全エネルギーの期待値が最小になるように α を定めよ。そのときのエネルギー期待値を求めよ。

平成２９年度

人間文化創成科学研究科・博士前期課程

理学専攻・物理科学コース

２月入試問題

専門科目試験問題

（物理科学に関する専門科目）

試験時間：１３：３０－１５：３０

注意事項

（１）４問中２問選択すること。（各問１５０点）

（２）解答は各問あたり１枚の解答用紙に記入すること。
（裏面使用可）

（３）答案用紙に問題番号と問題名を記入すること。

（４）監督者が「始め」の合図をするまで、問題冊子を開けないこと。

（５）試験中、用のある場合は挙手をして監督者を呼ぶこと。

1　専門科目ー熱・統計力学

(1) 大きさ 1/2 のスピンを持った独立な N 個の粒子が、磁場中で絶対温度 T の熱平衡状態にある。磁場が $\vec{H}=(0,0,H)$ のとき、このシステムのハミルトニアンは $\hat{H}=-H\hat{M}$ で与えられる。磁気モーメント $\hat{M}$ は、j 番目の粒子のパウリ行列 $\hat{\sigma}_j^z$ を用いて、$\hat{M}=M_0\sum_{j=1}^{N}\hat{\sigma}_j^z$ で与えられる。ただし、M_0 は正の定数である。また、ボルツマン定数を k とする。

(a) 磁気モーメントの平均値 $\bar{M}$ が

$$\bar{M}=-\left(\frac{\partial F}{\partial H}\right)_{T,N}$$

で与えられること示せ。F はシステムのヘルムホルツの自由エネルギーである。

(b) システムの分配関数 Z を求めよ。

(c) 磁気モーメントの平均値 $\bar{M}$ を磁場と絶対温度の関数として求めよ。

(d) 低磁場、高温極限 $(HM_0 \ll kT)$ におけるシステムの磁化率を求めよ。

(2) 絶対温度 T の熱浴と接触した体積 V、粒子数 N の理想気体が熱平衡状態にあるとき、分配関数は次の式で与えられる。

$$Z_N=\frac{V^N}{N!}\left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3N/2}$$

ここで、m は理想気体を構成する自由粒子の質量であり、$\hbar$ は換算プランク定数である。

(a) 熱浴が粒子源でもあり、理想気体との間に粒子の交換を許すとき、熱平衡状態にある理想気体の大分配関数を求めよ。ただし、化学ポテンシャルを μ とする。

(b) 前問の結果を用いて、理想気体の平均粒子数を求めよ。

(c) 理想気体の状態方程式が成り立つことを示せ。

(d) グランドカノニカル分布を用いて、熱平衡状態にある理想気体の粒子数がポアソン分布に従うことを示せ。

2　専門科目－物性（実験）

電気抵抗測定に関連した以下の質問について答えなさい。

（1）２端子法による電気抵抗測定について回路図(概略図で良い)を書き、また、測定原理を説明しなさい。

（2）４端子法による電気抵抗測定について回路図(概略図で良い)を書き、また、測定原理を説明しなさい。

（3）２端子法による電気抵抗測定について注意すべき点を述べなさい。

（4）４端子法による電気抵抗測定について、利点と測定精度を上げるためのポイントについて述べなさい。

（5）電池の内部抵抗の測定法について、図を用いて、解説しなさい。

3　専門科目－物性（理論）

薄い板が変形するときの弾性エネルギーについて考えてみよう。板の厚みを h とし、縦と横の長さをそれぞれ a と b としよう。ただし、簡単のために、単位体積当たりの弾性エネルギー u は、ヤング率を E として $u = E\varepsilon^2/2$ で表されるとする。ここで、ひずみ ε という量は、長さの変化量をはじめの長さで割った無次元の量である。また、全弾性エネルギーは u を体積で積分したものとして求められる。例えば、体積 V の板に一定のひずみがかかっている場合には、全弾性エネルギーは $(E\varepsilon^2/2) \times V$ となる。

この板の横の両辺（長さがともに b）に垂直に、図のように板を縦方向に圧縮する力（水平方向の太い矢印）がかかった場合を考えよう。この場合に、この板が平らなまま縮む場合と（図 (a)）、板が平面性を失った変形をする場合を考える。後者については、簡単のために近似的に、板が半径 R の円弧を描く場合（図 (b)）について考える。どちらの場合にも、板の横の両辺の距離は、元の長さ a より Δ だけ短くなっている。なお、以下では、$h, \Delta \ll a \ll R$ が成立している場合を考える。

1. 平らなまま縮んだ場合の全弾性エネルギー $U_1(\Delta)$ を求め、横軸を Δ として $U_1(\Delta)$ の概形をグラフに描け。また、このとき、板にかかっている圧縮力の大きさを求めよ。

2. 板がカーブしている場合には、全弾性エネルギーは近似的に $(1/24)Eabh^3/R^2$ と書けるとする。この R の関数としてあらわされたエネルギーを Δ の関数としてあらわした $U_2(\Delta)$ を求め、横軸を Δ として $U_2(\Delta)$ の概形をグラフに描け（Δ に関する最低次数の近似表現を用いよ）。また、このとき、板にかかっている圧縮力の大きさを求めよ。なお、図 (b) において、円弧 AB の長さは a とみなせること、および、点 A と点 B を結ぶ直線から薄板が δ だけ持ち上がっているとすると $8R\delta = a^2$ が近似的に成立することを用いてもよい。

3. このようにして調べたエネルギー $U_1(\Delta)$ と $U_2(\Delta)$ をもとに考えると、二つの変形の仕方のどちらがどのようなときに実現すると推測できるか、理由とともに詳しく述べよ。

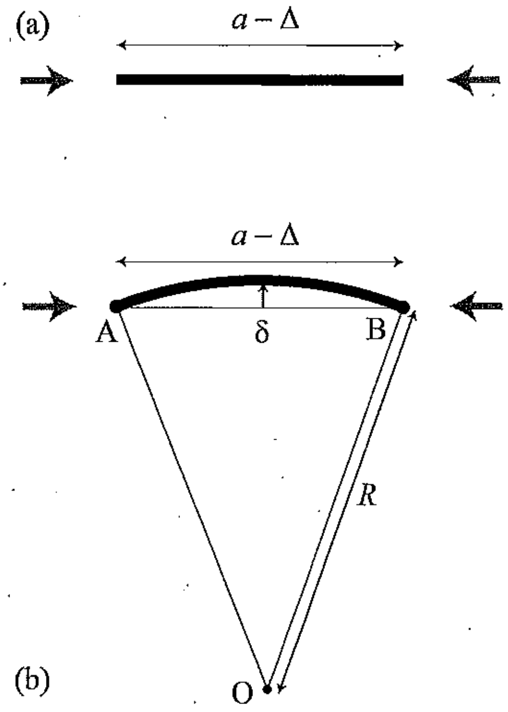


図 1: 圧縮力（左右の水平な矢印）による薄板の変形。(a) 平らなまま縮んだ場合。(b) カーブした板の図。(a) の場合にも、(b) 場合にも、薄板は紙面に垂直な向き（奥行方向）の長さが b であるとする。

4　専門科目－素粒子・宇宙

原子を構成する粒子は陽子 (p)、中性子 (n)、電子 (e^-) である。質量はそれぞれ 938 MeV/c^2, 940 MeV/c^2, 0.511 MeV/c^2 である。ここで c は真空中の光速度 ($c = 3 \times 10^8$ m/s)、そして 1 MeV $= 10^6$ eV である。宇宙線として地球に降り注ぎ、大気中で発生する粒子の中にはミュー粒子（ミューオン、μ^-）やパイ中間子 (π^+, π^-, π^0) などがある。各粒子を表す記号の右肩の符号は電荷の符号を表す。ミューオンの質量は 105 MeV/c^2、またパイ中間子の質量は π^+, π^- がいずれも 140 MeV/c^2、π^0 が 135 MeV/c^2 である。

(1) 次の粒子について説明せよ。
(i) ハドロン、(ii) バリオン、(iii) メソン、(iv) クォーク、(v) レプトン

(2) 次の保存則について説明せよ。
(i) 電荷の保存則、(ii) レプトン数保存則、(iii) バリオン数保存則

(3) これまでのところ、陽子が崩壊するという観測事実はない。なぜ陽子は崩壊せず、安定なのか、理由を説明せよ。

(4) 次の反応の中で実際には起きないものを理由と共に挙げよ。ただし ν_e, ν_μ は電子ニュートリノとミューオンニュートリノである。$\bar{A}$ という表記は粒子 A の反粒子を表す。

(i)	$n \to p + e^- + \nu_e$	(ii)	$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$
(iii)	$p \to n + e^+ + \nu_e$	(iv)	$\pi^+ \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$
(v)	$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$	(vi)	$p + p \to p + p + p + \bar{p}$
(vii)	$\mu^- \to e^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$	(viii)	$e^- \to \mu^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$

ハッブルの法則によると、地球から距離 d だけ離れた場所にある銀河は速度 v で地球から遠ざかっており、その関係は $v = H_0 d$ で与えられる。ここで $H_0 \simeq 72$ km/(s $\cdot$ Mpc) は現在のハッブル定数である。1 Mpc $= 320$ 万光年 $\approx 3 \times 10^{19}$ km である。また 1 年は約 3×10^7 s とする。

(5) 地球から 1 Mpc の場所にある銀河の後退速度を求めよ。

(6) 前問で求めた銀河の後退速度が一定と仮定したとき、その銀河が地球と同じ場所にいたのは何年前か、見積もりなさい（ハッブル時間）。それを宇宙の年齢と見なしてよいか、論ぜよ。

平成29年度　お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学 専攻 ・ 化学・生物化学 コース

一　般　入　試
専　門　試　験

試　験　日 ：　平成 29年 2月 3日（金）

試 験 時 間 ：　9 時 30 分 ～ 12 時 30 分

【注意事項】

1. 5問中4問選択すること（各問100点）。

2. 解答は各問題分野あたり1枚の解答用紙に記入すること（裏面使用可）。

3. 解答番号欄に、選択した問題分野の番号を記入すること。

4. 監督者が「始め」の合図をするまで、問題冊子を開けないこと。

5. 試験中、用のある場合は挙手をして監督者を呼ぶこと。

1　物理化学

以下の問（1）～（2）に答えよ。

（1）　次の事項 i)-x) について 2-5 行程度で簡潔に説明せよ。説明に，図や具体例を用いてもよい。

i)　パウリの排他原理

ii)　フントの規則

iii)　活性化エネルギー

iv)　結合エネルギー

v)　ボルン—オッペンハイマー近似

vi)　結合性軌道と反結合性軌道

vii)　ギブズの相律

viii)　状態関数と経路関数

ix)　分配関数

x)　共沸

（2）　温度 T に対して一次相転移を生じる物質の化学ポテンシャル μ の温度依存性は，図 1 のように表される。一次相転移を生じる物質のエンタルピー H，エントロピー S，体積 V，定圧熱容量 C_p の温度依存性を図 1 に倣って模式的に図示せよ。描画の根拠を，μ との関係に触れつつ説明すること。

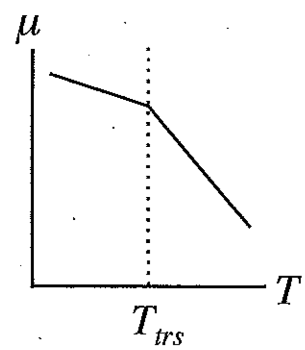


図 1 一次相転移を生じる物質の化学ポテンシャル μ の温度 T 依存性の模式図。T_{trs} は相転移温度を示す。

2 無機化学

(1) 次の原子もしくはイオンの電子配置を例にならって記せ。また，それらは周期表において何族に属するかを答えよ。なお，＜　＞内の数字は対応する原子の原子番号を示す。

（例） O[8]: [He] $(2s)^2$ $(2p)^4$ あるいは $(1s)^2(2s)^2$ $(2p)^4$

（i） P〈15〉，（ii） V〈23〉，（iii） Mn^{2+}〈25〉，（iv） Zr〈40〉、（v） Gd^{3+}〈64〉

(2) 次の（i）～（v）の場合に予想される反応式を例にならって記せ。

（例） 塩化バリウム水溶液に希硫酸を加える。

$Ba^{2+} + SO_4^{2-} \rightarrow BaSO_4$,　　　　または，

$BaCl_2 + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4 + 2HCl$

（i） 水酸化カルシウム水溶液に二酸化炭素を通じ続けると，はじめ白沈が生じ，その後白沈は消失する。

（ii） 硫酸銅の水溶液に濃アンモニア水を加え，青白色のコロイド状沈殿が生じた溶液に，さらに濃アンモニア水を加え，濃青色の溶液を得る。

（iii） 過酸化水素の酸性水溶液に酸化鉛(IV)を加える。

（iv） チオ硫酸ナトリウムの水溶液に塩素を通じる。

（v） ナトリウムの液体アンモニア溶液に塩化アンモニウムを加える。

(3) NO_2, NO_2^-, 及びNO_2^+の幾何学的構造を記せ。また，オクテット則を満たすルイス構造がある場合にはそれを記すとともに，有効な共鳴構造が考えられるときにはそれも示せ。

(4) トリメチルボラン($(CH_3)_3B$)と NH_3, CH_3NH_2, $(CH_3)_2NH$, $(CH_3)_3N$ との反応の標準反応エンタルピーは，それぞれ，−58, −74, −81, −74 $kJ\ mol^{-1}$ である。この事実について説明せよ。

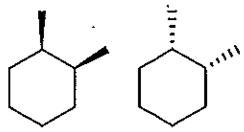
(5) 次に示した酸あるいはイオンの酸強度の順序を理由とともに記せ。

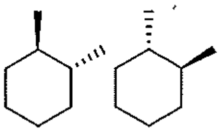
（i） H_3PO_4,　　$H_2PO_4^-$,　　HPO_4^{2-}

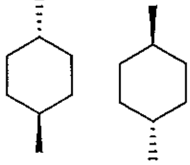
（ii） $[Na(OH_2)_n]^+$（n は概ね6），$[Sc(OH_2)_6]^{3+}$,　$[Mn(OH_2)_6]^{2+}$,　$[Ni(OH_2)_6]^{2+}$

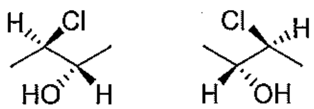
3　有機化学

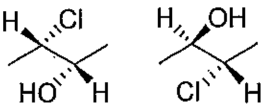
（１）　次の(i) ～(v)のそれぞれの組の化合物が互いにエナンチオマーか、ジアステレオマーか、同一分子かを示せ。

(i)


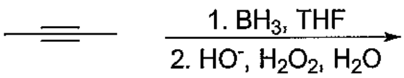
(ii)


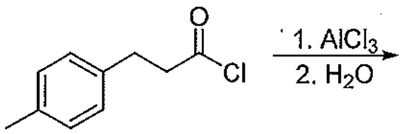
(iii)


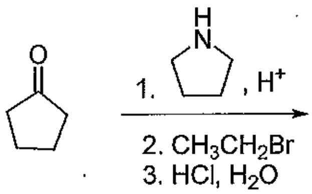
(iv)


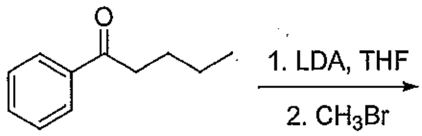
(v)


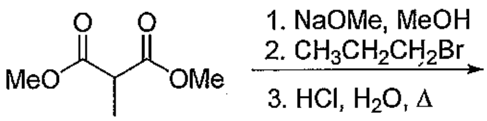
（２）　次の反応式 (i) ～(vi) における反応生成物の構造式を記せ。さらに反応機構も詳しく記せ。

(i)


(ii)


(iii)


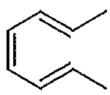
(iv)


(v)


(vi)


（３）　アセトアルデヒドとメタノールの酸触媒および塩基触媒存在下でのヘミアセタールの生成反応をそれぞれ屈曲矢印を使って説明せよ。

（４）　次の化合物が熱条件および光条件で電子環状反応をした際に得られる生成物をそれぞれ立体化学が分かるように記せ。



4 生物化学

（1）(ア)～(ウ)の中から一つを選び、そのタンパク質の構造を概念図で示し、括弧の中のキーワードをすべて使って、構造と機能を説明せよ。尚、説明文中のキーワードには下線を付すこと。

（ア）　免疫グロブリン（ジスルフィド結合、重鎖、軽鎖、Fc 領域、抗原結合部位）

（イ）　コラーゲン（ヒドロキシプロリン、水素結合、ヘリックス、弾性）

（ウ）　ミオグロビン（ヘム、ヒスチジン、ヘリックス、酸素付加）

（2）次の問（i）～（iv）にあげた用語a～dのうち、他と異なるカテゴリーに属すると考えられる語句をそれぞれ１つ選べ。その理由を、a～dの各用語を説明しつつ、論理的に説明せよ。

（i）　a 酸化的リン酸化　b 解糖　c TCA回路　d 選択的スプライシング

（ii）　a 岡崎フラグメント　b ラギング鎖　c 電子伝達鎖　d 鋳型鎖

（iii）　a プリオン　b イントロン　c エキソン　d オペロン

（iv）　a グリコシド結合　b アミド結合　c 水素結合　d ホスホエステル結合

5 分析化学

（1） Ca^{2+}と Mg^{2+}を含む水溶液の試料 100 mL を，pH 10 のアンモニア緩衝溶液中で，0.01000 M EDTA（エチレンジアミン四酢酸）溶液を用いて滴定したところ，14.50 mL を要した。別に，同じ試料 100 mL に(a)<u>NaOH を少量加えてから</u>，同じ EDTA 溶液で滴定したところ，10.25 mL を要した。以下の問いに答えよ。計算問題では計算過程も記し，有効数字に注意して答えること。

(i) 1つの配位子分子中に，1つの金属イオンと相互作用可能な官能基を複数もつ EDTA のような試薬を何というか。

(ii) 上記の2つの滴定により，試料中の Ca^{2+}と Mg^{2+}の濃度をそれぞれ別々に求めることが可能である。このような手法を何というか。

(iii) 下線部(a)の操作により，白い沈殿が生じた。これは何か。

(iv) 試料中の Ca^{2+}と Mg^{2+}のモル濃度を求めよ。

(v) 試料水の硬度を求めよ。ただし，水の硬度を，試料中に含まれる炭酸塩（$CaCO_3$（式量：100.1），$MgCO_3$（式量：84.31））の質量濃度とする。単位は ppm（= mg/L）とせよ。

（2） 以下の語句(i)〜(vii)から４つを選び，それぞれについて 50〜100 文字程度で説明せよ。図を描いて説明してもよい。

(i) 測定値における正確さと精密さ

(ii) 化学分析の４段階

(iii) 電位差測定における指示電極と参照電極

(iv) 滴定反応としての必要条件

(v) 分子の回転，振動，および電子の励起に必要な電磁波

(vi) pH 緩衝剤

(vii) フレーム発光分析と原子吸光分析

平成29年度　お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学　専攻・　情報科学　コース

一　般　入　試

基　礎　科　目　試　験

試　験　日：　平成 29年 2月3日(金)

試験時間：　9時 30分 ～ 12時 00分

【注意事項】

1. 監督者の「始め」の合図があるまで問題冊子を開けないこと。

2. 試験中、用のある場合は手を挙げて監督者を呼ぶこと。

3. 問題にはすべて解答すること。

数 学 基 礎

【問題 1】

【1】 次の各問に答えよ.

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(e^{\cos 2x}\right)$ を計算せよ.

(2) 有限な極限値 $b = \displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{a-\log(2+x)}{x}$ が存在するとき，定数 a の値と極限値 b を求めよ.

【2】 $I_n(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{dt}{(t^2+1)^n}$ とする. ただし $n = 1, 2, \ldots$ である. このとき次の各問に答えよ.

(1) $I_1(x)$ を求めよ.

(2) $I_n(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{t}{(t^2+1)^{n+1}} t dt + I_{n+1}(x)$ であることを示せ.

(3) (2) の積分を部分積分を用いて計算することによって，以下の式が成立することを示せ.

$$2nI_{n+1}(x) = \frac{x}{(x^2+1)^n} + (2n-1)I_n(x)$$

(4) $I_2(x)$ と $I_3(x)$ を求めよ.

【問題 2】

【1】 $\mathbb{R}^4$ の部分空間

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{c} y - z + 2w = 0 \\ x - y - w = 0 \end{array} \right\},\ W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{c} x = 2z \\ x = -2w \end{array} \right\}$$

について以下の各問に答えよ．

(1) $W_1 \cap W_2$ の次元と基底を求めよ．

(2) (1) で求めた $W_1 \cap W_2$ の基底を含むように，W_1, W_2 の基底をそれぞれ求めよ．

【2】 実対称行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ について，以下の各問に答えよ．

(1) 適当な直交行列 P を求めて対角化せよ．

(2) A^n を求めよ．

情 報 基 礎

問題1

2進数Nの桁数をnとしたとき、Nについての1の補数Cの定義は以下の通りである。

$$C = 2^n - N - 1$$

1. N=0x0001の時、Nの1の補数Cを求めよ。またこの時のNとCの和を求めよ。

   ただし0x0001は16進数で0001であることを表し、2進数では0000000000000001となる。

2. N=0x0000の時、Nの1の補数Cを求めよ。

3. 1の補数においては、前問のNとCは同値であるとみなされる。この事を元に、1の補数同士の和（1の補数和）の計算は、桁上がりを一番右の位に足しこめば良いという事を、例を1つ示して説明せよ。

4. パケット通信で使われるビットエラー検出のチェックサムの計算は、まず送信側でチェックサムフィールドに0を入れて16ビット単位で区切り、それぞれの1の補数和を求め、その値の1の補数をチェックサムフィールドに入れてパケットを送るというものである。このパケットを受け取った受信側は、どのような計算をしてビットエラーを検出するか、検出できる理由と共に説明せよ。

情　報　基　礎

【問題２】 入力が論理式 A, B, C，出力が論理式

$$A \vee C \to A \wedge \neg B \leftrightarrow \neg(\neg B \vee A) \text{ ——}(\dagger)$$

で表される論理回路について，以下の問いに答えよ．

【1】 論理式 $(\dagger)$ の真偽値表を書け．

【2】 論理式 $(\dagger)$ の連言標準形 (CNF) を求めよ．ただし論理式の（意味論的同値性に基づく）変形を行う場合は，過程と根拠を明記すること．

【3】 この論理回路を AND, OR, NOT ゲートのみを用いて設計せよ．

平成29年度　お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科（博士前期課程）

理学　専攻・　情報科学　コース

社　会　人　入　試
基　礎　科　目　試　験

試　験　日　：　平成 29年 2月3日（金）
試験時間　：　10時 30分 ～ 12時 00分

【注意事項】

1. 監督者の「始め」の合図があるまで問題冊子を開けないこと。
2. 試験中、用のある場合は手を挙げて監督者を呼ぶこと。
3. 数学基礎か情報基礎のいずれかを選択し解答すること。

数　学　基　礎

【問題1】

【1】 次の各問に答えよ．

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(e^{\cos 2x}\right)$ を計算せよ．

(2) 有限な極限値 $b=\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{a-\log(2+x)}{x}$ が存在するとき，定数 a の値と極限値 b を求めよ．

【2】 $I_n(x)=\displaystyle\int_0^x \frac{dt}{(t^2+1)^n}$ とする．ただし $n=1,2,\ldots$ である．このとき次の各問に答えよ．

(1) $I_1(x)$ を求めよ．

(2) $I_n(x)=\displaystyle\int_0^x \frac{t}{(t^2+1)^{n+1}}tdt+I_{n+1}(x)$ であることを示せ．

(3) (2) の積分を部分積分を用いて計算することによって，以下の式が成立することを示せ．

$$2nI_{n+1}(x)=\frac{x}{(x^2+1)^n}+(2n-1)I_n(x)$$

(4) $I_2(x)$ と $I_3(x)$ を求めよ．

【問題 2】

【1】 $\mathbb{R}^4$ の部分空間

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{c} y - z + 2w = 0 \\ x - y - w = 0 \end{array} \right\}, \quad W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{c} x = 2z \\ x = -2w \end{array} \right\}$$

について以下の各問に答えよ.

(1) $W_1 \cap W_2$ の次元と基底を求めよ.

(2) (1) で求めた $W_1 \cap W_2$ の基底を含むように，W_1, W_2 の基底をそれぞれ求めよ.

【2】 実対称行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ について，以下の各問に答えよ.

(1) 適当な直交行列 P を求めて対角化せよ.

(2) A^n を求めよ.

情 報 基 礎

問題1

2進数Nの桁数をnとしたとき、Nについての1の補数Cの定義は以下の通りである。

$$C = 2^n - N - 1$$

1. N=0x0001の時、Nの1の補数Cを求めよ。またこの時のNとCの和を求めよ。

   ただし0x0001は16進数で0001であることを表し、2進数では0000000000000001となる。

2. N=0x0000の時、Nの1の補数Cを求めよ。

3. 1の補数においては、前問のNとCは同値であるとみなされる。この事を元に、1の補数同士の和（1の補数和）の計算は、桁上がりを一番右の位に足しこめば良いという事を、例を1つ示して説明せよ。

4. パケット通信で使われるビットエラー検出のチェックサムの計算は、まず送信側でチェックサムフィールドに0を入れて16ビット単位で区切り、それぞれの1の補数和を求め、その値の1の補数をチェックサムフィールドに入れてパケットを送るというものである。このパケットを受け取った受信側は、どのような計算をしてビットエラーを検出するか、検出できる理由と共に説明せよ。

情　報　基　礎

【問題２】 入力が論理式 A, B, C, 出力が論理式

$$A \vee C \to A \wedge \neg B \leftrightarrow \neg(\neg B \vee A) \text{ —— } (\dagger)$$

で表される論理回路について，以下の問いに答えよ．

【1】 論理式 $(\dagger)$ の真偽値表を書け．

【2】 論理式 $(\dagger)$ の連言標準形 (CNF) を求めよ．ただし論理式の（意味論的同値性に基づく）変形を行う場合は，過程と根拠を明記すること．

【3】 この論理回路を AND, OR, NOT ゲートのみを用いて設計せよ．