

数 学 共 通

(理学部用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは、この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は3ページである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1 座標平面上で原点 O を中心とする半径 1 の円を C とおく. P を円 C の周上の点として, L_P を点 P における円 C の接線とする. 直線 L_P は座標平面を 2 つの領域に分割するが, そのうちの原点 O を含むほうの領域を D_P とおく. ただし, 領域 D_P には境界は含まれていないものとする.

(1) 座標平面上の点 A について, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} < 1$ は, 点 A が領域 D_P に含まれるための必要十分条件であることを示せ.

(2) 点 P の座標を (a, b) とおく. ただし, $a \neq 0$ とする. 領域 D_P が 2 次関数 $y = \frac{1}{4a}(x - a)^2$ のグラフ上の点をすべて含むとき, 点 P の存在範囲を求め, 図示せよ.

2 集合 A を

$$A = \left\{ c \mid \begin{array}{l} c \text{ は正の整数で, 少なくとも 1 つの整数 } b \text{ に対して} \\ x^2 - 2bx + c = 0 \text{ が異なる 2 つの整数解をもつ} \end{array} \right\}$$

と定め, A の要素を小さい順に並べてできる数列を c_1, c_2, c_3, \dots とする.

- (1) $1 \in A, 2 \in A$ を示せ.
- (2) $3 \in A$, すなわち $c_1 = 3$ であることを示せ.
- (3) c_2 を求めよ.
- (4) c_{100} を求めよ.

3 関数 $f(x)$ を次のように定める.

$$f(x) = \int_0^{2\pi} x^3 t^2 \sin(xt) dt$$

$-10 \leq x \leq 10$ において $f(x)$ を最大にする x の値をすべて求めよ.